

Απειροστικός Λογισμός Ι – Πρόδος
19 Νοεμβρίου 2022

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός Μητρώου:

Θέμα 1. Έστω (a_n) ακολουθία στο \mathbb{R} τέτοια ώστε $a_n \rightarrow 0$. Δείξτε ότι

$$b_n := \frac{a_1 + \cdots + a_n}{n} \rightarrow 0.$$

Θέμα 2. Έστω A, B μη κενά και φραγμένα υποσύνολα του \mathbb{R} , και ορίζουμε

$$A + B := \{a + b : a \in A, b \in B\}.$$

Δείξτε ότι $\sup(A + B) = \sup(A) + \sup(B)$.

Θέμα 3. Να βρεθούν τα \sup , \inf , \max και \min (αν υπάρχουν) των συνόλων

$$A = \left\{1 + \frac{(-1)^n}{n} : n \in \mathbb{N}\right\} \quad \text{και} \quad B = \{x \in \mathbb{Q} : \sqrt{2} \leq x < 7\}.$$

Θέμα 4. Να εξεταστούν ως προς τη σύγκλιση οι ακολουθίες

$$\alpha_n = \frac{2^n n!}{n^n}, \quad \beta_n = \sqrt{n^2 + n} - n, \quad \gamma_n = \left(1 + \frac{3}{n}\right)^{2n},$$

$$\delta_n = \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \left(\frac{1}{(n+1)^2} + \frac{2}{(n+2)^2} + \cdots + \frac{n}{(2n)^2}\right).$$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!