

605: Ασκήσεις Ia

Συμπληρωματικές Ασκήσεις:

1. Έστω $f : [-\pi, \pi] \rightarrow \mathbb{C}$ ολοκληρώσιμη, $f_1 = \operatorname{Re} f$ και $f_2 = \operatorname{Im} f$. Να βρεθούν τα $\hat{f}_1(k)$ και $\hat{f}_2(k)$ συναρτήσει του $\hat{f}(k)$.
2. Έστω $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ 2π -περιοδική και ολοκληρώσιμη σε κάθε συμπαγές διάστημα. Αν $x \in \mathbb{R}$ ορίζουμε $f_x : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$ από τη σχέση $f_x(t) = f(t - x)$ ($t \in \mathbb{R}$). Να δειχθεί ότι $\hat{f}_x(k) = e^{-ikx} \hat{f}(k)$ για κάθε $k \in \mathbb{Z}$.