

**ΕΙΔΙΚΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ ΑΠΟ ΤΗ ΘΕΩΡΙΑ
ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ**
(ΓΙΑ ΤΗΝ ΑΝΑΔΕΙΞΗ ΟΥΣΙΩΔΩΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΩΝ ΕΙΚΟΝΑΣ)

Τμήμα από το μάθημα
ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ

ΣΗΜΕΙΩΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΠΑΡΑΔΟΣΕΙΣ ΣΤΟ ΤΜΗΜΑ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΤΟΥ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟΥ ΑΘΗΝΩΝ ΤΟ
ΕΑΡΙΝΟ ΕΞΑΜΗΝΟ ΤΟΥ 2015-16

Μ. ΣΑΓΚΡΙΩΤΗΣ
ΑΝΑΠΛ. ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ

Η πιο καλή προσέγγιση της ύλης που παρουσιάζεται στις σημειώσεις αυτές αποδίδεται αναλυτικά από την πιο κάτω Βιβλιογραφία

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- 1 . R. Gonzalez, R Woods, "Digital Image Processing" 3rd Edition Prentice Hall 2008 (pp 796-855).
- 2 . R. Gonzalez, R Woods, S. Eddins, "Digital Image Processing Using MATLAB" 2nd Edition Gatesmark 2009

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ

Τον όρο *Ανάλυση Εικόνας* χρησιμοποιούμε για να περιγράψουμε την περιοχή από την Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας, που έχει σαν πρωταρχικό στόχο την εξαγωγή από τα δεδομένα της εικόνας των "**Ουσιωδών Χαρακτηριστικών**", με τα οποία μια αυτόματη μηχανή μπορεί να επιτύχει την **ερμηνεία**, την **αντίληψη**, ή την **περιγραφή της σκηνής** που απεικονίζεται στην εικόνα. Μια τέτοια αυτόματη μηχανή θα καλούμε **Σύστημα Οπτικής Αναγνώρισης (ΣΟΑ)**.

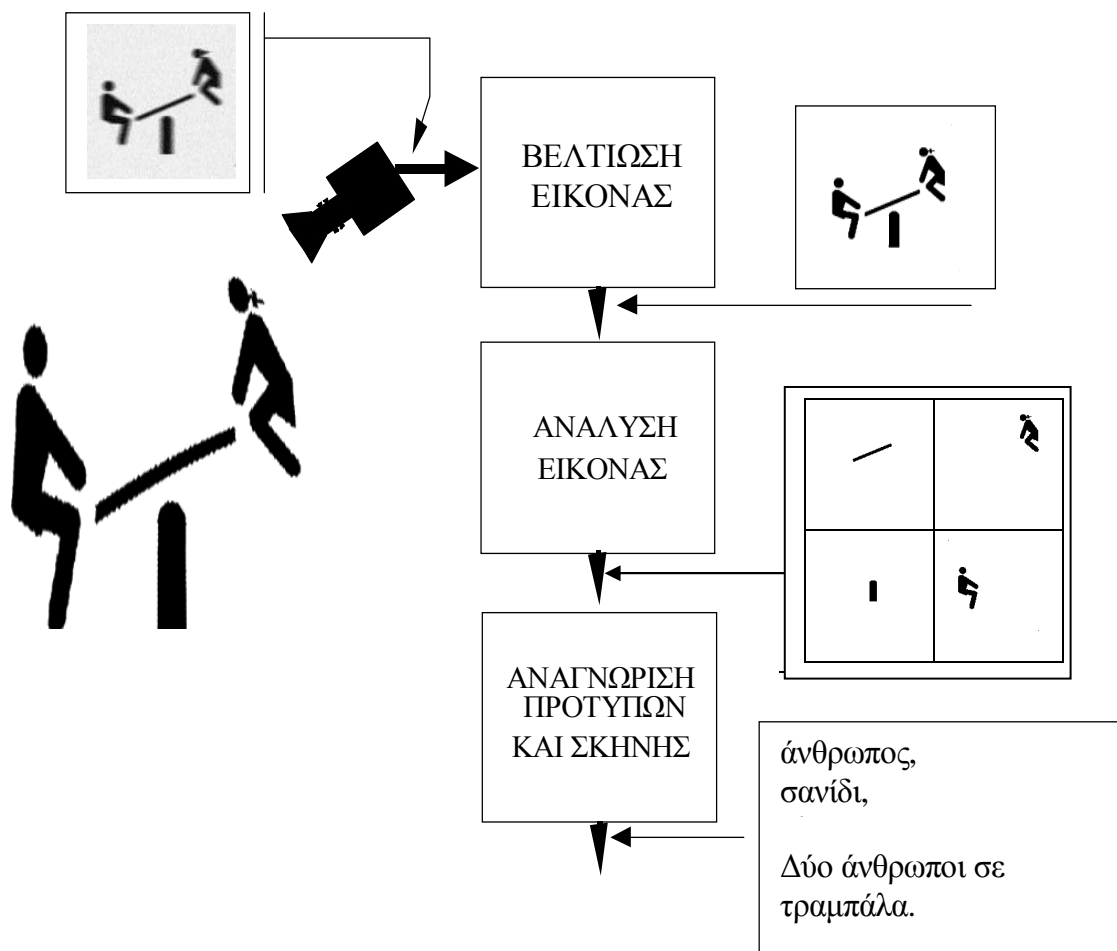
ΕΝΟΤΗΤΑ 1.1

ΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΟΠΤΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ

Στο Σχ. 1.1 δίνεται το λειτουργικό διάγραμμα ενός ΣΟΑ. Διακρίνουμε τη βαθμίδα λήψης και τρεις λειτουργικές βαθμίδες, δια μέσου των οποίων μια εικόνα, από το περιβάλλον του συστήματος, καταλήγει σε μια κωδικοποιημένη περιγραφή της σκηνής που παριστάνει η εικόνα. Κάθε μια από τις βαθμίδες αυτές χρησιμοποιεί διαφορετικές τεχνικές και μεθόδους.

Η διασύνδεση του συστήματος με το περιβάλλον γίνεται μέσω του συστήματος λήψης, που περιλαμβάνει την κάμερα και το σύστημα ψηφιοποίησης της εικόνας. Στο Σχ. 1.1, το σύστημα λήψης έχει σχεδιαστεί με το σύμβολο της κάμερας. Στην έξοδο του συστήματος λήψης έχει δημιουργηθεί η ψηφιακή εικόνα, η οποία όμως έχει υποστεί υποβάθμιση της ποιότητάς της. Η υποβάθμιση αυτή οφείλεται σε σφάλματα του συστήματος λήψης και σε θόρυβο που εισάγει αυτό στην εικόνα.

Η βαθμίδα **Βελτίωσης της Εικόνας** λαμβάνει στην είσοδο της την υποβαθμισμένη εικόνα. Στο στάδιο αυτό εξουδετερώνονται ή ελαχιστοποιούνται, οι αλλοιώσεις που έχει



Σχήμα 1.1 Το λειτουργικό διάγραμμα ενός Συστήματος Οπτικής Αναγνώρισης

υποστεί η εικόνα. Στην έξοδο της βαθμίδας αυτής έχουμε την εικόνα της εισόδου σαφώς βελτιωμένη.

Η βαθμίδα **Ανάλυσης της Εικόνας** (*Image Analysis*) λαμβάνει την εικόνα και εντοπίζει σ' αυτήν διάφορες περιοχές που περιέχουν, ή πιθανόν να περιέχουν **πρότυπα** (*patterns*). Ο όρος 'πρότυπο', χρησιμοποιείται για να αποδώσει την περιγραφή ενός αντικειμένου, ή μιας άλλης οντότητας, την οποία ενδιαφερόμαστε να εντοπίσουμε στην εξεταζόμενη εικόνα. Μετά τον εντοπισμό των διαφορετικών περιοχών, γίνεται η **κατάτμηση**, δηλαδή ο διαχωρισμός κάθε μιας από αυτές τις περιοχές, από την υπόλοιπη εικόνα. Η κατάτμηση είναι ένα σημαντικό στάδιο της Ανάλυσης της Εικόνας, έτσι ώστε να αποχωρίζονται οι περιοχές εκείνες που μπορούν να παρέχουν χρήσιμη πληροφορία. Παροχή μη χρήσιμης πληροφορίας στην επόμενη βαθμίδα του ΣΟΑ δυσχεραίνει τη λειτουργία του

Η τρίτη βαθμίδα είναι η **Αναγνώριση Προτύπων και Σκηνης**. Στη βαθμίδα αυτή επιτελείται η αναγνώριση του προτύπου, που αντιστοιχεί σε κάθε μια από τις διαχωρισμένες περιοχές της εικόνας. Στη συνέχεια γίνεται η **ερμηνεία**, ή **αντίληψη** (*interpretation*) όλης της σκηνης, που απεικονίζεται στην αρχική εικόνα. Η έξοδος της βαθμίδας αυτής είναι η κωδικοποιημένη περιγραφή της απεικονιζόμενης σκηνης.

Θα πρέπει να τονιστεί ότι ο διαχωρισμός του συστήματος οπτικής αναγνώρισης σε λειτουργικές βαθμίδες, όπως περιγράψαμε παραπάνω, είναι τεχνητός και όχι απόλυτος. Στην πράξη υπάρχουν τεχνικές που χρησιμοποιούνται από κοινού από δύο διαφορετικές λειτουργικές βαθμίδες. Ο διαχωρισμός λοιπόν αυτός έχει γίνει κυρίως με στόχο την απλούστερη περιγραφή του συστήματος.

1.1.1 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΟΠΤΙΚΗΣ ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗΣ

Ένας συνεχώς αυξανόμενος αριθμός από ΣΟΑ εγκαθίστανται και λειτουργούν αυτόματα, ή ημιαυτόματα, καλύπτοντας εφαρμογές σε όλο και περισσότερους κλάδους. Τα συστήματα αυτά τα συναντάμε συνεχώς στην καθημερινή μας ζωή, μέσα στο γραφείο μας, στα καταστήματα, στα εργοστάσια, στα ιατρικά κέντρα. ΣΟΑ αναλύουν δορυφορικές φωτογραφίες και υποβοηθούν την πρόγνωση του καιρού, τον υπολογισμό της φυτικής παραγωγής, τον εντοπισμό ασθενειών στις δασικές εκτάσεις του πλανήτη μας. Στον Πίνακα 1.1 γίνεται μια συνοπτική αναφορά σε μερικές από τις εφαρμογές των συστημάτων αυτών.

ΕΝΟΤΗΤΑ 1.2

ΜΕΘΟΔΟΙ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΓΡΑΦΗΣ ΜΟΡΦΩΝ

Για την αναγνώριση των αντικειμένων, που περιέχονται σε μία εικόνα πραγματοποιείται η **κατάτμηση** της εικόνας σε μικρότερες περιοχές, με τέτοιο τρόπο ώστε, για κάθε μια από αυτές τις περιοχές η πιθανότητα να συμπίπτει με ένα από τα υπό αναγνώριση αντικείμενα, να έχει σημαντική τιμή. Στη συνέχεια κωδικοποιούνται τα **Ουσιώδη Χαρακτηριστικά** της κάθε περιοχής και διαβιβάζονται προς το Σύστημα Αναγνώρισης Μορφών.

Πρέπει να γίνει αντιληπτό ότι τα Ουσιώδη Χαρακτηριστικά δε θα χρησιμοποιηθούν για την ανακατασκευή της περιοχής, όπως γίνεται στις μεθόδους της κωδικοποίησης, αλλά απλώς για το διαχωρισμό της από τις άλλες κλάσεις του συστήματος κατά την εκτέλεση του Αλγόριθμου Αναγνώρισης. Επομένως σαν Ουσιώδη Χαρακτηριστικά μιας περιοχής επιλέγονται αποκλειστικά μόνο εκείνα, που χρειάζονται για να καταστεί στην πράξη δυνατή η διάκριση της συγκεκριμένης περιοχής από τις υπόλοιπες κλάσεις του συστήματος και την ορθή κατάταξη της στην αντίστοιχη κλάση. Όταν χρησιμοποιούνται περισσότερα στοιχεία από τα απαραίτητα το πρόβλημα γίνεται δαπανηρό σε χρόνο εκτέλεσης αλλά και σε δυσκολία κατάστρωσης σταθερού αλγόριθμου επίλυσης.

Τα χαρακτηριστικά λοιπόν που επιλέγονται σαν ουσιώδη σε κάθε σύστημα ανάλυσης εικόνας είναι διαφορετικά. Η επιλογή τους εξαρτάται από την πολυπλοκότητα του συστήματος και την

Αυτόματη Αναγνώριση Χαρακτήρων Κειμένου (OCR).	<ul style="list-style-type: none"> • Αυτόματη ανάγνωση κειμένου από σελίδα βιβλίου, κωδικοποίησή του και αποθήκευσή του στον υπολογιστή. • Ταξινόμηση επιστολών στο ταχυδρομείο. • Ανάγνωση πινακίδων. • Έκδοση λογαριασμών σε υπερκαταστήματα. Επεξεργασία τραπεζικών επιταγών.
Ανάλυση Ιατρικών Εικόνων	<ul style="list-style-type: none"> • Ανίχνευση όγκων στους ιστούς. • Μέτρηση του μεγέθους και της μορφής εσωτερικών οργάνων του ανθρώπινου σώματος. Ανάλυση χρωματοσωμάτων. • Μέτρηση πυκνότητας αιμοσφαιρίων.
Βιομηχανικοί Αυτοματισμοί	<ul style="list-style-type: none"> • Ταυτοποίηση εξαρτημάτων σε γραμμές παραγωγής. • Ανίχνευση εσφαλμένων κατασκευών.
Ρομποτική	<ul style="list-style-type: none"> • Αναγνώριση και ερμηνεία των αντικειμένων της σκηνής του περιβάλλοντος. • Υπολογισμός αποστάσεων των αντικειμένων του περιβάλλοντος από την κάμερα και λήψη απόφασης για την κίνηση.
Χαρτογράφηση	<ul style="list-style-type: none"> • Κατασκευή χαρτών από αεροφωτογραφίες. • Σύνθεση χαρτών καιρού. • Σύνθεση video για την αναπαράσταση κίνησης πάνω από το ανάγλυφο περιοχών της γης.
Ιατροδικαστική Σήμανση. (Forensics)	<ul style="list-style-type: none"> • Αναγνώριση δακτυλικών αποτυπωμάτων. • Αναγνώριση προσώπων από φωτογραφίες. • Ανάλυση συστημάτων αυτόματης ασφάλειας.
Αυτόματη Αναγνώριση Εικόνων Radar	<ul style="list-style-type: none"> • Ανίχνευση και αναγνώριση στόχων. • Καθοδήγηση ιπτάμενων οχημάτων κατά την προσγείωση • Τηλεκαθοδήγηση ιπτάμενων συσκευών χωρίς πιλότο.
Τηλεαίσθηση (Remote Sensing)	<ul style="list-style-type: none"> • Πρόβλεψη καιρού. • Αναγνώριση και παρατήρηση αστικών, γεωργικών, ή θαλάσσιων περιοχών.
Αυτόματη Ανάκτηση Εικόνων (Content Based Image Retrieval)	<ul style="list-style-type: none"> • Χρησιμοποιείται σε βάσεις πολυμέσων. Επιτυγχάνει την ταξινόμηση και την αναζήτηση κάθε εικόνας στη βάση αυτή με δείκτη (κλειδί) που κατασκευάζεται μετά την ανάλυση του περιεχομένου της εικόνας.

Πίνακας 1.1 Συνοπτική Αναφορά Εφαρμογών Συστημάτων Οπτικής Αναγνώρισης

απαιτούμενη αξιοπιστία του. Γενικά μπορεί να χρησιμοποιηθούν χαρακτηριστικά που έχουν σχέση με την εξωτερική μορφή της περιοχής, όπως είναι το **Περίγραμμα** (*boundary*), ή άλλα που δείχνουν την εσωτερική δομή της περιοχής και την αμοιβαία σχέση των pixels στο εσωτερικό αυτής. Τα χαρακτηριστικά αυτά μπορεί να είναι οι συντεταγμένες των pixels του περιγράμματος ή οι συντεταγμένες και οι τιμές των pixels του εσωτερικού της εξεταζόμενης περιοχής και δίνονται κωδικοποιημένα σε **Σχήματα Αναπαράστασης** (*Representation Schemes*)., Μπορεί όμως να έχουν απλούστερη μορφή και να είναι απλώς **Περιγράφοντα Στοιχεία** (*Description Elements*), δηλαδή αριθμοί, που περιγράφουν ιδιότητες, όπως είναι **το μήκος του περιγράμματος, η υφή, ή οι ροπές** της περιοχής. Τα σχήματα αναπαράστασης περιέχουν περισσότερες πληροφορίες από τα περιγράφοντα στοιχεία και τα πιο πολλά από τα τελευταία μπορούν να προκύψουν δευτερογενώς μετά από υπολογισμούς επί των σχημάτων αναπαράστασης.

Τα περιγράφοντα στοιχεία και τα σχήματα αναπαράστασης πρέπει να κωδικοποιούνται με τέτοιο τρόπο ώστε να παραμένουν αναλλοίωτα στη μεταφορά, την περιστροφή και την αλλαγή κλίμακας. Όταν ένα χαρακτηριστικό διατηρείται αναλλοίωτο στους μετασχηματισμούς που αναφέρθηκαν πιο πάνω γίνεται εξαιρετικά χρήσιμο κατά τη διαδικασία της αναγνώρισης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

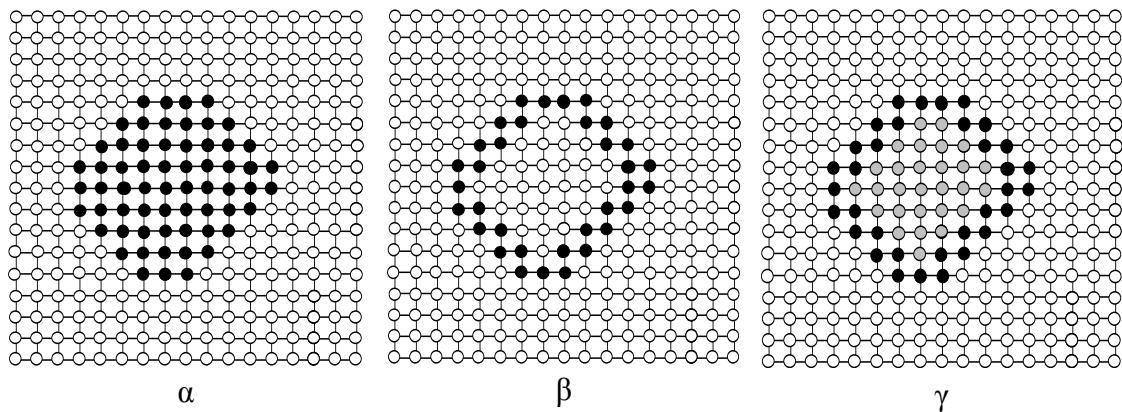
ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑ ΠΕΡΙΟΧΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

Μετά την ανίχνευση των ακμών σε μια εικόνα είναι ανάγκη να εντοπιστούν τα περιγράμματα των περιοχών της. Αν η περιοχή που μας ενδιαφέρει μπορεί να διαχωριστεί με κατωφλίωση από την υπόλοιπη εικόνα, ο εντοπισμός του περιγράμματος γίνεται αρκετά εύκολα. Αντίθετα όταν αυτός ο διαχωρισμός είναι αδύνατος, ο εντοπισμός του περιγράμματος είναι δυσχερής. Στην τελευταία αυτή περίπτωση το περίγραμμα της περιοχής βρίσκεται συνδέοντας τις σημαντικές ακμές της εικόνας. Ο θόρυβος όμως της εικόνας και ο μη ομοιόμορφος φωτισμός διασπούν τη συνέχεια των ακμών και συγχρόνως δημιουργούν ψευδείς ακμές. Στην υποενότητα αυτή θα μελετήσουμε μόνο την τεχνική εύρεσης του περιγράμματος όταν η κατωφλίωση είναι δυνατή.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2.1

ΕΝΤΟΠΙΣΜΟΣ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΣΕ ΠΕΡΙΟΧΗ ΔΙΧΡΩΜΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

Μετά την κατωφλίωση η περιοχή R που μας ενδιαφέρει έχει χρώμα διαφορετικό από την υπόλοιπη εικόνα. Στην περίπτωση αυτή το περίγραμμα της R είναι το σύνολο των pixels της εικόνας που ανήκουν στην περιοχή και είναι γειτονικά με ένα ή περισσότερα pixels εκτός της



Σχήμα 2.1 α) Σχηματική παράσταση δίχρωμης εικόνας. Η περιοχή R έχει μαύρα pixels.

β) Το περίγραμμα της περιοχής R . γ) Οι φωτεινότητες των pixels εικόνας μετά το πρώτο σάρωμα της εικόνας σύμφωνα με τον αλγόριθμο του Πίνακα 2.1.

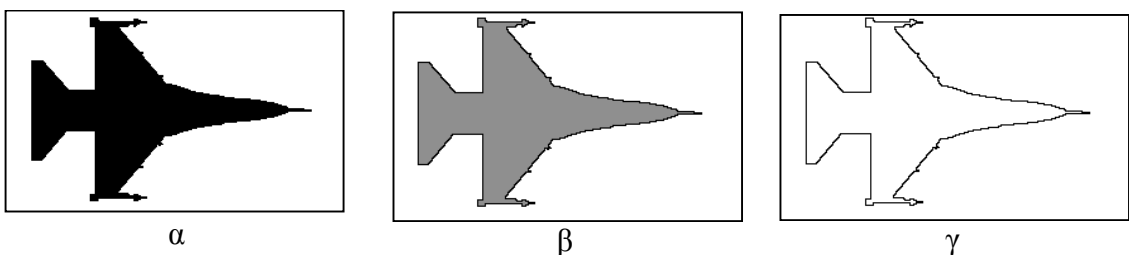
R . Στο Σχ. 2.1.α δίνεται η σχηματική παράσταση μιας δίχρωμης εικόνας όπου φαίνεται το πλέγμα δειγματοληψίας και σε κάθε κόμβο υπάρχει ένα pixel με λευκό ή μαύρο χρώμα. Στο Σχ. αυτό μπορούμε να διακρίνουμε την περιοχή με τα μαύρα pixels. Στο Σχ. 2.1.β έχουν σχεδιαστεί με μαύρο τα pixels του περιγράμματος της περιοχής.

- Για $0 \leq k \leq K-1$
 - Για $0 \leq m \leq M-1$
 - Αν Αληθεύει ότι $v(k,m)=0$:
 - Αν Αληθεύει ότι κανένα από τα 8 γειτονικά pixels του $v(k,m)$ δεν έχει τιμή 255: **Θέσε** $v(k,m)=125$.
 - end
 - end
 - Για $0 \leq k \leq K-1$
 - Για $0 \leq m \leq M-1$
 - Αν Αληθεύει ότι $v(k,m)=125$: **Θέσε** $v(k,m)=255$
 - end
 - end

Πίνακας 2.1 Ο αλγόριθμος εντοπισμού του περιγράμματος περιοχής R της οποίας όλα τα pixels έχουν τιμή μηδέν, αντίθετα με τα pixels της υπόλοιπης εικόνας που έχουν τιμή 255.

Ενδιαφέρον παρουσιάζουν οι αλγόριθμοι αυτόματου εντοπισμού του περιγράμματος μιας περιοχής δίχρωμης εικόνας. Στον Πίνακα 2.1 δίνονται τα βήματα ενός τέτοιου αλγόριθμου. Έχει θεωρηθεί ότι η εικόνα έχει διάσταση $K \times M$ και ότι μαύρο χρώμα (τιμή 0) έχουν τα pixels της περιοχής R , της οποίας αναζητούμε το περίγραμμα, ενώ η υπόλοιπη εικόνα έχει λευκά pixels (τιμή 255). Κατά την εκτέλεση του αλγορίθμου όλα τα pixels της εικόνας σαρώνονται δύο φορές. Στην πρώτη σάρωση σε κάθε pixel που ανήκει στην περιοχή R αλλά δεν ανήκει στο περίγραμμα της, δηλαδή είναι εσωτερικό σημείο της περιοχής, δίνεται τιμή διαφορετική από το 0 ή το 255, ας πούμε το 125. Τα pixels αυτά εντοπίζονται στην εικόνα καθώς κανένα από τα γειτονικά τους δεν έχει τιμή 255. Στο δεύτερο σάρωμα εντοπίζονται τα εσωτερικά σημεία της R από την τιμή 125 που έχουν λάβει κατά την πρώτη σάρωση, αντικαθίσταται η τιμή αυτή με 255 και έτσι τα μόνα pixels, που παραμένουν με τιμή 0 είναι εκείνα του περιγράμματος της R .

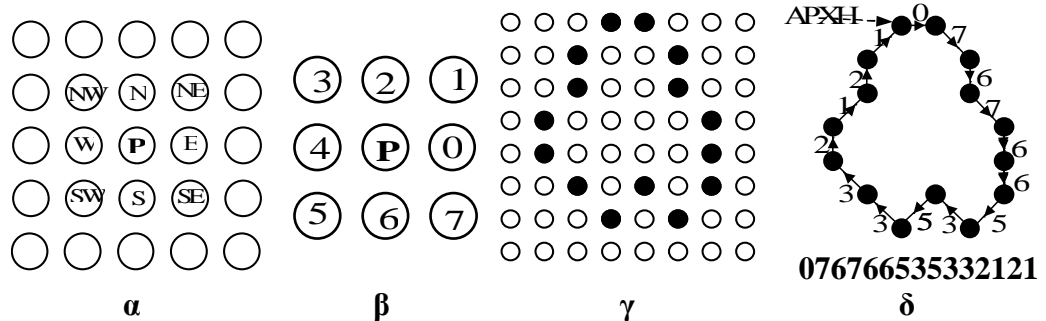
Η παράσταση του Σχ. 2.1.γ έγινε με βάση τον αλγόριθμο του Πίνακα 2.1 και δίνει τη μορφή που έχει η εικόνα μετά το πρώτο σάρωμα. Ένα άλλο παράδειγμα εφαρμογής του πιο πάνω αλγορίθμου δίνεται στο Σχ. 2.2.



Σχήμα 2.2 Η εφαρμογή του αλγορίθμου του πίνακα 4.5 σε μονόχρωμη εικόνα. α) Η αρχική εικόνα. β) Ενδιάμεσο στάδιο, μετά το πρώτο σάρωμα. γ) Στην εικόνα έχει μείνει μόνο το περίγραμμα σημειωμένο με μαύρα pixels.

ΕΝΟΤΗΤΑ 2.2**ΣΧΗΜΑΤΑ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗΣ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ****2.2.1 ΚΩΔΙΚΑΣ ΑΛΥΣΟΥ**

Ο *Κώδικας Αλύσου* (Κ.Α.) (*chain code*) είναι ένα αποτελεσματικό σχήμα αναπαράστασης, με το οποίο το περίγραμμα κωδικοποιείται με κάθε λεπτομέρεια. Το σχήμα αυτό κωδικοποιεί



Σχήμα 2.3 α) Οι 8 κατευθύνσεις γειτονίας ενός pixel P. β) Οι αριθμοί 0-7 κωδικοποιούν τις οκτώ διευθύνσεις γειτονίας. γ) Περίγραμμα περιοχής δ) Υπολογισμός του κώδικα αλύσου για το περίγραμμα του γ).

και φυλάσσει την κατεύθυνση γειτονίας των διαδοχικών pixels του περιγράμματος.

Σε μια εικόνα κάθε pixel P διαθέτει οκτώ γειτονικά pixels. Τέσσερα από αυτά απέχουν από το P απόσταση d, ίση με την πλευρά του πλέγματος δειγματοληψίας. Τα pixels αυτά

Βήμα1: Εξετάζονται διαδοχικά τα σημεία της εικόνας με στόχο τον εντοπισμό ενός σημείου του περιγράμματος, έστω του S_0 .

Βήμα2: Χαρακτηρίζεται 'ΠΡΩΗΝ' το σημείο που είχε εξεταστεί στο βήμα 1 ακριβώς πριν να ανιχνευθεί το S_0 και 'ΤΡΕΧΟΝ' το σημείο S_0 . Η κατεύθυνση από το 'ΤΡΕΧΟΝ' στο 'ΠΡΩΗΝ' χαρακτηρίζεται 'ΚΑΤΕΥΘ'.

Βήμα3: Ξεκινώντας από την επόμενη κατεύθυνση της 'ΚΑΤΕΥΘ', με δεξιόστροφη κίνηση, εξετάζονται διαδοχικά οι γείτονες του 'ΤΡΕΧΟΝ' μέχρις ότου ανιχνευτεί γείτονας, που να ανήκει στο περίγραμμα. Ο γείτονας αυτός χαρακτηρίζεται 'ΕΠΟΜΕΝΟ'.

Βήμα4: Καταγράφεται ο κωδικός αριθμός της κατεύθυνσης 'ΤΡΕΧΟΝ' - 'ΕΠΟΜΕΝΟ', χαρακτηρίζεται 'ΠΡΩΗΝ' το 'ΤΡΕΧΟΝ', χαρακτηρίζεται 'ΤΡΕΧΟΝ' το 'ΕΠΟΜΕΝΟ', χαρακτηρίζεται 'ΚΑΤΕΥΘ' η διεύθυνση 'ΤΡΕΧΟΝ' - 'ΠΡΩΗΝ'.

Βήμα5: Αν το 'ΤΡΕΧΟΝ' είναι διαφορετικό από το S_0 συνεχίζεται ο αλγόριθμος με το Βήμα 3.

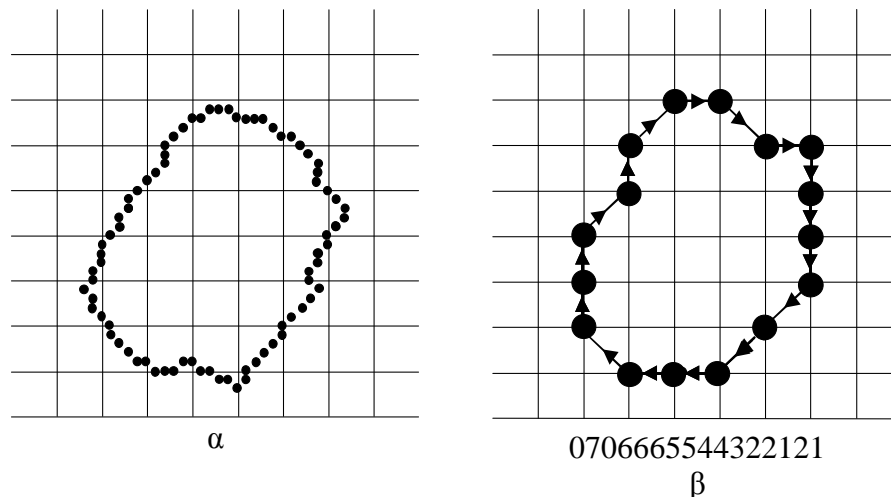
Βήμα5: Τέλος.

Πίνακας 2.2 Ο αλγόριθμος υπολογισμού του Κ.Α. του περιγράμματος.

χαρακτηρίζονται κατά σειρά ως ο ανατολικός (E), ο βόρειος (N), ο δυτικός (W) και ο νότιος (S) γείτονας του P (Σχ. 2.3.α). Τα υπόλοιπα τέσσερα γειτονικά pixels, απέχουν από το P απόσταση $d\sqrt{2}$. Κάθε ένα από αυτά χαρακτηρίζεται με τα σύμβολα NE, NW, SW και SE, όπως στο Σχ. 2.3.α. Στον Κ.Α. χρησιμοποιούνται οι φυσικοί αριθμοί 0-7 για να κωδικοποιηθούν οι 8 κατευθύνσεις γειτονίας ενός pixel. Η αντιστοιχία κατευθύνσεων και αριθμών δίνεται στο Σχ. 2.3.β. Την αντιστοιχία αυτή μπορούμε να τη θυμηθούμε εύκολα αν ξεκινήσουμε από τον γείτονα E, δηλαδή από κατεύθυνση που έχει κλίση 0° , και κινηθούμε αριστερόστροφα αριθμώντας διαδοχικά και τους οκτώ γείτονες προσέχοντας να αρχίσουμε την αρίθμηση με τον ακέραιο 0.

Στο Σχ. 2.3.γ δίνεται η σχηματική παράσταση εικόνας, που περιέχει το περίγραμμα μιας περιοχής. Για να κωδικοποιηθεί το περίγραμμα αυτό ακολουθείται ο αλγόριθμος του Πίνακα 2.2. Κατά την εκτέλεση του αλγόριθμου εξετάζονται τα διαδοχικά pixels του περιγράμματος και κωδικοποιείται η κατεύθυνση γειτονίας τους. Στο Σχ. 2.3.δ δίνεται το περίγραμμα και οι κατευθύνσεις γειτονίας, όπως αυτές έχουν προσδιοριστεί και κωδικοποιηθεί από τον αλγόριθμο. Στο Σχ. 2.3.δ δίνεται επίσης η κωδική λέξη που προκύπτει από την εκτέλεση του αλγόριθμου.

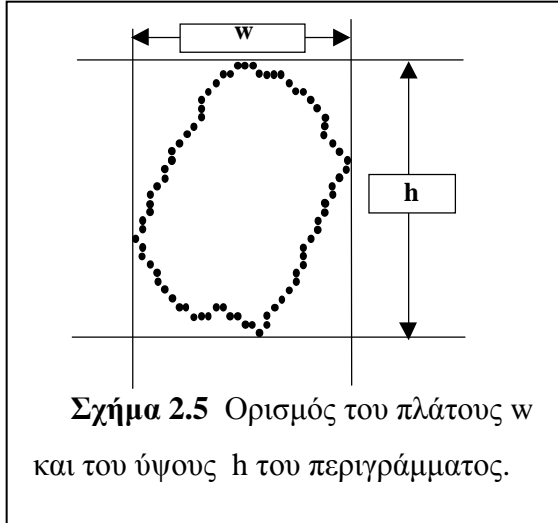
Κάθε ένας από τους αριθμούς, που κωδικοποιούν τη διεύθυνση γειτονίας, απαιτεί τρία δυαδικά bits για την καταχώρησή του στον υπολογιστή. Συνολικά, λοιπόν, ένα περίγραμμα που κωδικοποιείται με N αριθμούς απαιτεί $3N$ bits για την αποθήκευσή του. Ο αριθμός αυτός μπορεί να ελαττωθεί, μειώνοντας όμως παράλληλα την ακρίβεια αναπαράστασης του περιγράμματος. Στο Σχ. 2.4.α δίνεται ένα περίγραμμα με ένα μεγάλο αριθμό pixels. Αντί του πλέγματος της αρχικής δειγματοληψίας χρησιμοποιείται νέο πλέγμα με πλευρά πολλαπλάσιου μήκους. Κάθε ένα από τα pixels του περιγράμματος αντικαθίσταται από ένα pixel, που τοποθετείται στον πλησιέστερο κόμβο του πλέγματος και έτσι προκύπτει το περίγραμμα του Σχ. 2.4.β που αποτελείται από λιγότερα pixels. Στη συνέχεια, το περίγραμμα αυτό



Σχήμα 2.4 α) Δειγματολήπηση του περιγράμματος με ευρύτερο πλέγμα. β) Τα pixels του περιγράμματος αντικαθίστανται από τα πλησιέστερα του νέου πλέγματος. Στο ίδιο σχήμα δίνεται και ο αντίστοιχος Κ.Α.

κωδικοποιείται και υπολογίζεται η λέξη, που αναγράφεται στο σχήμα.

Για να γίνει η κωδική λέξη ανεξάρτητη από το σημείο του περιγράμματος όπου αρχίζει η κωδικοποίηση αυτή αντικαθίσταται από την μικρότερη σε αριθμητική αξία που προκύπτει από την περιστροφή της αρχικής. Για παράδειγμα αντί της κωδικής λέξης 407300 χρησιμοποιείται



Σχήμα 2.5 Ορισμός του πλάτους w και του ύψους h του περιγράμματος.

η κωδική 004073.

Ο κώδικας αλύσου είναι αναλλοίωτος στην μεταφορά αλλά όχι και στην περιστροφή της εικόνας, ή στην αλλαγή της κλίμακας των αξόνων. Η εξάρτηση από την περιστροφή της εικόνας, ή στην αλλαγή κλίμακας των αξόνων μειώνεται αποτελεσματικά με τη χρήση του **Διαφορικού Κώδικα Αλύσου** (Δ.Κ.Α.), που προκύπτει από τον αρχικό κώδικα ως εξής:

Αν D_1, D_2, \dots, D_N είναι ο αρχικός κώδικας αλύσου, ο διαφορικός κώδικας ορίζεται ως d_1, d_2, \dots, d_N με $d_i = \text{mod}_8(D_{i+1} - D_i)$ $i=1, 2, \dots, N-1$ και $d_N = \text{mod}_8(D_1 - D_N)$, όπου $\text{mod}_8(A)$ είναι το υπόλοιπο της Ευκλείδειας διαίρεσης του ακέραιου A διά του 8. Για παράδειγμα, ο κώδικας αλύσου 76546312302 δίνει ως Δ.Κ.Α.

την λέξη 77725611525. Με τον Δ.Κ.Α. η λέξη της κωδικοποίησης παραμένει αναλλοίωτη στη στροφή των αξόνων κατά γωνίες που είναι πολλαπλάσια του $\pi/2$.

Το μήκος, το πλάτος, το ύψος, η επιφάνεια που περικλείει, αλλά και άλλα γεωμετρικά στοιχεία του περιγράμματος είναι δυνατόν να υπολογιστούν άμεσα από τον κώδικα αλύσου, ως συνάρτηση της πλευράς του πλέγματος δειγματοληψίας d . Πιο συγκεκριμένα: Το μήκος του περιγράμματος είναι δυνατόν να υπολογιστεί από την κωδική λέξη μετρώντας το πλήθος n_A των άρτιων και n_{Π} των περιττών ψηφίων της κωδικής λέξης. Από το Σχ. 2.3.β εύκολα προκύπτει ότι κάθε άρτιο ψηφίο αντιστοιχεί σε μήκος του περιγράμματος ίσο με d , ενώ κάθε περιττό σε μήκος $d\sqrt{2}$. Έτσι το μήκος L του περιγράμματος ισούται με:

$$L = (n_A + \sqrt{2} n_{\Pi})d \quad (2.1)$$

Στο Σχ. 2.5 δίνεται ο ορισμός του πλάτους w , και του ύψους h του περιγράμματος και της περιοχής που περικλείεται από αυτό.

Ο υπολογισμός των w από την ακολουθία του Κώδικα Αλύσου D_1, D_2, \dots, D_N γίνεται ως εξής.

Ορίζεται η ακολουθία $\{y_i\}$ $y_i=1$ αν $D_i=1, 0$, ή 7 (δλδ όταν το κωδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε κίνηση με συνιστώσα ανατολική). $y_i=-1$ αν $D_i=3, 4$, ή 5 (δλδ όταν το κωδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε κίνηση με συνιστώσα δυτική). $y_i=0$ αν $D_i=2$, ή 6 , (δλδ όταν το κωδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε κίνηση με συνιστώσα μόνο βόρεια ή νότια).

Στη συνέχεια ορίζεται η ακολουθία $\{s_{yi}\}$

$$s_{yi} = \sum_{j=1}^i y_j, i=1, 2, \dots, N$$

Προκύπτει εύκολα ότι ισχύει:

$$w = \left(\max_{1 \leq i \leq N} s_{yi} - \min_{1 \leq i \leq N} s_{yi} \right) \times d \quad (2.2)$$

Παρόμοια εργαζόμαστε για τον υπολογισμό του ύψους h . Δηλαδή:

Ορίζεται η ακολουθία $\{z_i\}$ $z_i=1$ αν $D_i=1, 2$, ή 3 (δλδ όταν το κωδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε κίνηση με συνιστώσα βόρεια). $z_i=-1$ αν $D_i=5, 6$, ή 7 (δλδ όταν το κωδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε κίνηση με συνιστώσα νότια). $z_i=0$ αν $D_i=2$, ή 6 , (δλδ όταν το κωδικό ψηφίο αντιστοιχεί σε κίνηση με συνιστώσα μόνο ανατολική ή δυτική).

Στη συνέχεια ορίζεται η ακολουθία $\{s_{zi}\}$

$$s_{zi} = \sum_{j=1}^i z_j, i=1, 2, \dots, N$$

Προκύπτει εύκολα ότι ισχύει:

$$h = \left(\max_{1 \leq i \leq N} s_{zi} - \min_{1 \leq i \leq N} s_{zi} \right) \times d \quad (2.3)$$

Παράδειγμα 2.1

Δίνεται ο Κ.Α. 076766535332121. Να υπολογιστεί το μήκος, το πλάτος και το ύψος του αντίστοιχου περιγράμματος, ως συνάρτηση της πλευράς του πλέγματος.

Λύση

Υπολογισμός μήκους: Τα άρτια ψηφία του κώδικα είναι τα 0,6,6,6,2,2 και το πλήθος τους $n_A=6$. Τα περιττά ψηφία του κώδικα είναι τα: 7,7,5,3,5,3,3,1,1 και το πλήθος τους $n_H=9$. Το μήκος L του περιγράμματος, σύμφωνα με τη σχέση (2.1), είναι $L=(6+9\sqrt{2})d$, ήτοι $L=18,69d$.

Υπολογισμός πλάτους και ύψους: Κατασκευάζουμε τον Πίνακα 2.3 στον οποίο αναγράφονται οι τιμές των y_i, z_i και υπολογίζονται οι τιμές των s_{y_i} και s_{z_i} . Από τον ίδιο Πίνακα προκύπτει, $\max_{1 \leq i \leq N} s_{y_i} = 3, \min_{1 \leq i \leq N} s_{y_i} = -2, \max_{1 \leq i \leq N} s_{z_i} = 0, \min_{1 \leq i \leq N} s_{z_i} = -6$ οπότε εφαρμόζοντας τις σχέσεις 2.2 και 2.3, υπολογίζουμε $w=5d$ και $h=6d$, αντίστοιχα.

2.2.2 ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ ΜΕ ΠΟΛΥΓΩΝΙΚΗ ΓΡΑΜΜΗ

Το δυαδικό περίγραμμα αποτελεί από μόνο του ένα κλειστό πολύγωνο και ο Κ.Α., με ελάχιστες παραμορφώσεις, πραγματοποιεί την κωδικοποίηση των πλευρών αυτού του πολυγώνου. Στην πράξη όμως, είναι επιθυμητό, όχι μόνο να προσεγγίζεται το περίγραμμα με μικρό σφάλμα, αλλά συγχρόνως το πολύγωνο της προσέγγισης να αποτελείται από μικρό πλήθος πλευρών.

Στο Σχ. 2.6 δίνεται η παράσταση ενός περιγράμματος με N pixels, τα $P_i, i=1,2,\dots,N$. Στο ίδιο σχήμα έχει σχεδιαστεί ένα πολύπλευρο με μ πλευρές, τις $\pi_j, j=1,2,\dots,\mu$, με το οποίο επιχειρείται η προσέγγιση του δοθέντος περιγράμματος. Το σφάλμα που δημιουργείται με την αντικατάσταση του περιγράμματος από το πολύπλευρο, ορίζεται ως εξής: Θεωρούμε ότι κάθε pixel P_i αντικαθίσταται από το πλησιέστερο προς αυτό σημείο του πολυπλεύρου, το P_i' . Το σφάλμα d_i από την αντικατάσταση αυτή του P_i δίνεται λοιπόν από την σχέση:

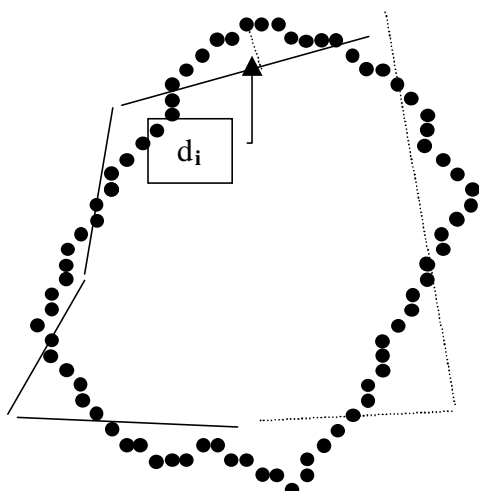
$$d_i = \min_j \{ \text{distance}(P_i, \pi_j) \}$$

για $i=1,2,\dots,N$. Ως ολικό σφάλμα της προσέγγισης του περιγράμματος από το πολύγωνο ορίζεται το $\epsilon = \max_i \{d_i\}$.

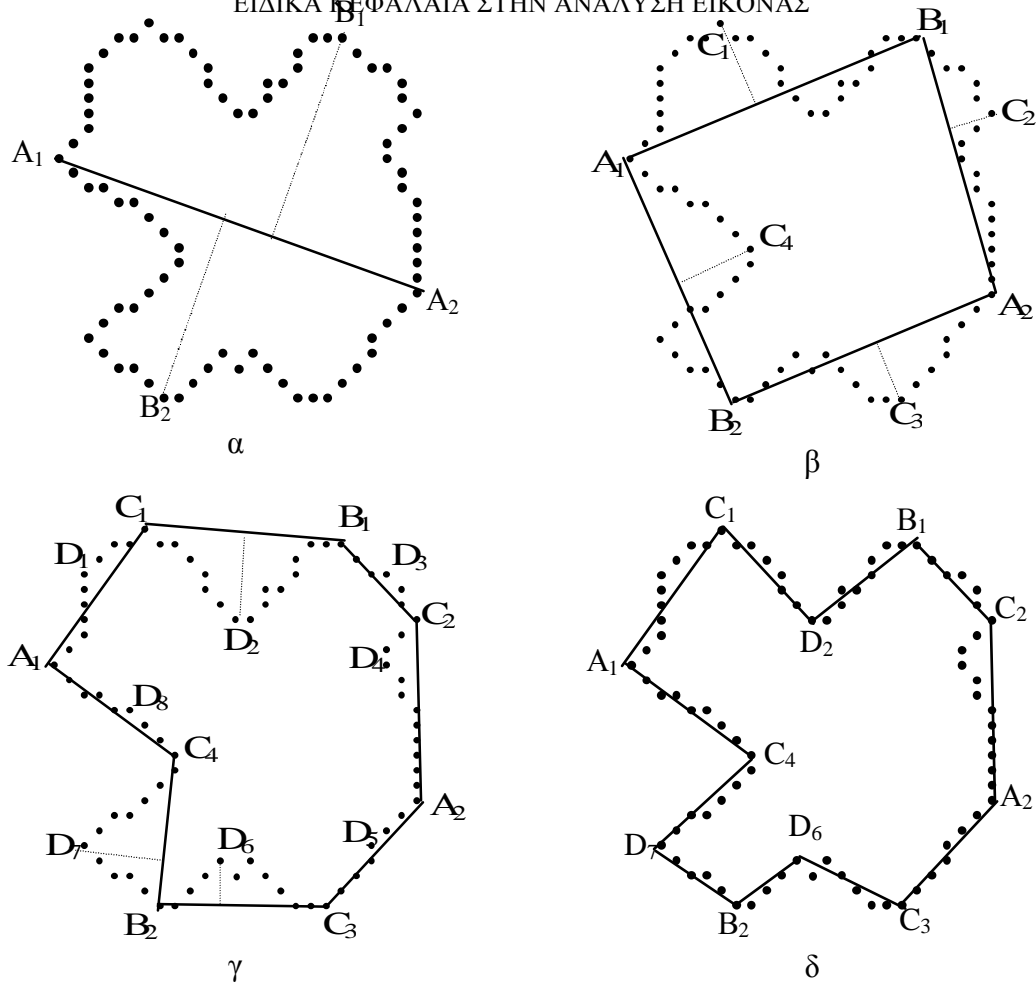
Κατά τον προσδιορισμό του πολυγώνου προσέγγισης ζητείται πάντα, για δεδομένη τιμή του σφάλματος ϵ , ο αριθμός μ των πλευρών του πολυγώνου να είναι ο ελάχιστος δυνατός. Στην βιβλιογραφία προτείνονται μέθοδοι με τις οποίες λύνεται το πρόβλημα αυτό, οι οποίες όμως στηρίζονται σε επαναληπτικούς αλγόριθμους, που η εκτέλεσή τους απαιτεί μεγάλους χρόνους CPU. Στην ενότητα αυτή θα παρουσιάσουμε ένα αλγόριθμο, που αν και δεν υπολογίζει την άριστη λύση, απαιτεί λιγότερο χρόνο.

2.2.2.a Προσδιορισμός του Πολυγώνου Προσέγγισης με Διαδοχικές Υποδιαιρέσεις του Περιγράμματος.

Με την τεχνική αυτή η προσέγγιση επιτυγχάνεται με σχετικά λίγα υπολογιστικά βήματα και εξασφαλίζεται ένα πολύγωνο, του οποίου οι κορυφές είναι σημεία του περιγράμματος και το σφάλμα προσέγγισης είναι



Σχήμα 2.6 Προσέγγιση του περιγράμματος με πολύγωνο.

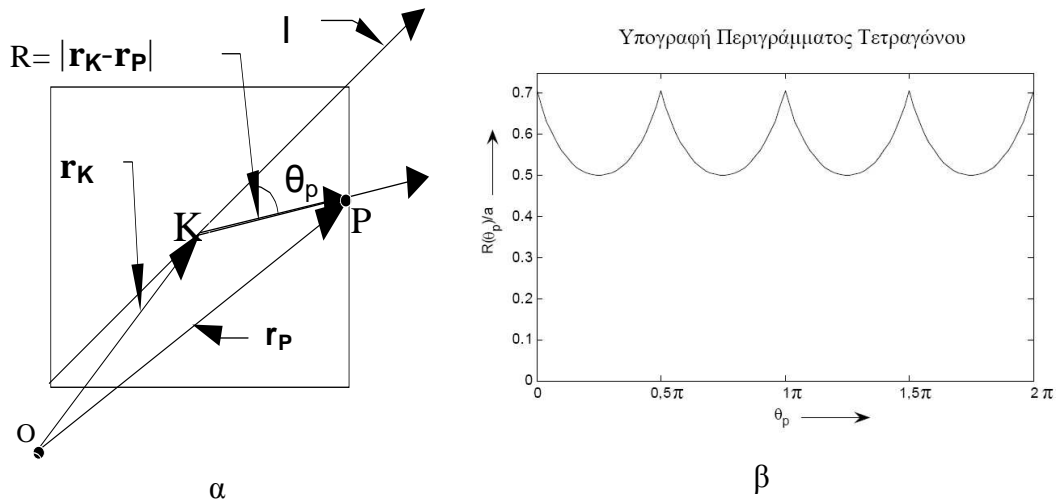


Σχήμα 2.7 Προσδιορισμός του πολυγώνου με διαδοχικές υποδιαιρέσεις του περιγράμματος. α) Το περίγραμμα διαχωρίζεται σε δύο τμήματα από την μεγαλύτερη διάμετρό του. β), γ), δ) Διαδοχικές προσεγγίσεις μέχρις ότου για όλα τα τμήματα το

μικρότερο ή ίσο προς μια προκαθορισμένη επιθυμητή τιμή ϵ_0 . Στο Σχ. 2.7 δίνονται τα διαδοχικά βήματα υπολογισμού της προσέγγισης. Κατ' αρχήν εντοπίζεται η μέγιστη διάμετρος του περιγράμματος, το ευθύγραμμο τμήμα A_1A_2 στο Σχ. 2.7.α. Για το σκοπό αυτό εξετάζονται ανά δύο όλα τα σημεία του περιγράμματος, υπολογίζεται η μεταξύ τους απόσταση και επιλέγεται το ζεύγος σημείων με τη μεγαλύτερη απόσταση. Το A_1A_2 μπορεί να θεωρηθεί ως το πρώτο πολύγωνο προσέγγισης, ένα εκφυλισμένο πολύγωνο με πλευρές A_1A_2 και A_2A_1 . Το A_1A_2 ως χορδή χωρίζει το περίγραμμα σε δύο τόξα. Για κάθε ένα από αυτά βρίσκουμε τα πιο απομακρυσμένα από τη χορδή pixels τα σημεία B_1 και B_2 (Σχ.2.7α). Στο Σχ. 2.7.α τα σημεία αυτά είναι τα B_1 και B_2 . Επειδή οι αποστάσεις των σημείων αυτών από το πολύγωνο είναι μεγαλύτερες από την ϵ_0 προχωρούμε στη βελτίωση της προσέγγισης.

Στο Σχ. 2.7.β αντικαταστάθηκε το A_1A_2 με το πολύγωνο $A_1B_1A_2B_2$. Το περίγραμμα χωρίζεται τώρα από τις πλευρές του πολυγώνου σε τέσσερα τόξα. Ακολουθείται ανάλογη διαδικασία με το πρώτο βήμα και ορίζονται τα σημεία $C_1C_2C_3C_4$. Και για τα 4 αυτά σημεία οι αποστάσεις από το πολύγωνο προσέγγισης δεν είναι ικανοποιητικές, γι' αυτό προχωρούμε σε νέα βελτίωση του πολυγώνου.

Στα σχήματα 2.7.γ και 2.7.δ η διαδικασία συνεχίζεται με τον ίδιο τρόπο χωρίζοντας σε δύο τμήματα κάθε τόξο που δεν προσεγγίζεται ικανοποιητικά από τη χορδή του και φθάνουμε στο πολύγωνο $A_1C_1D_1B_1C_2A_2C_3D_3B_2C_4D_4C_5A_2C_6D_6B_2C_7D_7C_8A_1$. Το πολύγωνο αυτό είναι η ζητούμενη προσέγγιση καθώς για οποιοδήποτε σημείο του περιγράμματος η ελάχιστη απόσταση από τις πλευρές του πολυγώνου είναι μικρότερη από ϵ_0 . Κατά το τρίτο βήμα θεωρήθηκε ότι οι αποστάσεις των



Σχήμα 2.8 Η υπογραφή του περιγράμματος ενός τετραγώνου με μήκος πλευράς a .

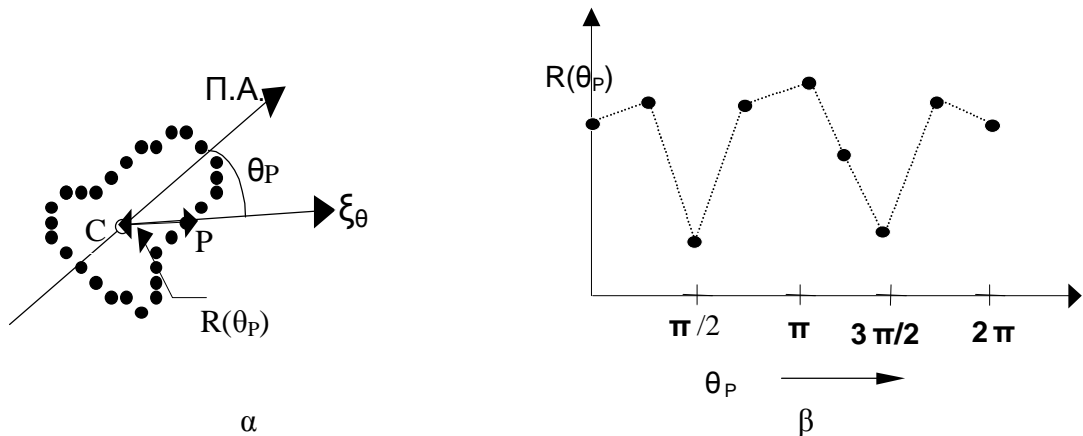
σημείων D_1, D_3, D_4, D_5 και D_8 από τις αντίστοιχες χορδές είναι μικρότερες από την ϵ_0 .

2.2.3 Η ΥΠΟΓΡΑΦΗ ΤΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ.

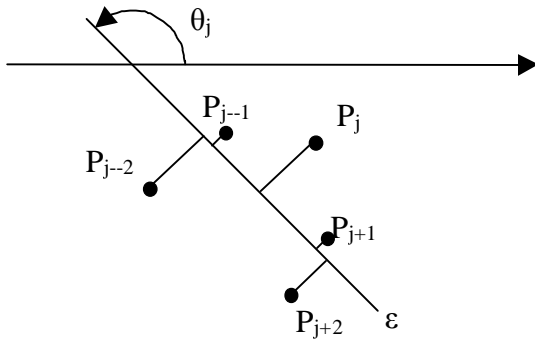
Η υπογραφή (*signature*) είναι ένα μονοδιάστατο σχήμα αναπαράστασης του περιγράμματος. Με την τεχνική αυτή το δισδιάστατο περίγραμμα αντικαθίσταται από μια συνάρτηση μιας μεταβλητής. Η συνάρτηση αυτή προσδιορίζεται με τρόπο τέτοιο ώστε να παραμένει αναλλοίωτη στις αλλαγές κλίμακας και τις στροφές του περιγράμματος. Στην υποενότητα αυτή θα γνωρίσουμε δύο τεχνικές δημιουργίας της υπογραφής. Η πρώτη αποδίδει τη σχέση μεταξύ του μήκους και γωνίας της επιβατικής ακτίνας κάθε σημείου του περιγράμματος από ένα σταθερό σημείο της περιοχής που περικλείεται από το περίγραμμα. Η δεύτερη δημιουργείται από το ιστόγραμμα κλίσεων των εφαπτομένων στα pixels του περιγράμματος.

2.2.3.a Σχέση Μήκους και Γωνίας Επιβατικής Ακτίνας των σημείων του Περιγράμματος.

Στο Σχ. 2.8.a δίνεται το περίγραμμα Π της περιοχής ενός τετραγώνου πλευράς με μήκος a . Θεωρούμε το κέντρο K και τη μία από τις διαγωνίους του τετραγώνου, την I . Έστω O η αρχή των αξόνων, \mathbf{r}_K το διάνυσμα θέσεως του K , και έστω ένα τυχαίο σημείο P του περιγράμματος με διάνυσμα θέσεως \mathbf{r}_P . Τέλος έστω θ_P η γωνία μεταξύ του διανύσματος $KP = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K$ και του άξονα I . Το μήκος της επιβατικής ακτίνας $R = |\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_K|$ και η γωνία θ_P συνδέονται με τη συνάρτηση $R(\theta_P)$, η οποία έχει σχεδιαστεί στο Σχ. 2.8.β. Τη συνάρτηση αυτή $R(\theta_P)$ καλούμε υπογραφή του περιγράμματος Π . Στην περίπτωση του περιγράμματος Π η συνάρτηση της



Σχήμα 2.9 α) Περίγραμμα περιοχής. β) Η δειγματοληπτημένη υπογραφή του.



Σχήμα 2.10 Η κλίση θ_j της εφαπτόμενης του περιγράμματος στο pixel P_j ισούται με την κλίση της ευθείας ϵ , της οποίας το άθροισμα των αποστάσεων από τα διαδοχικά pixels $P_{j-2}, P_{j-1}, P_j, P_{j+1}, P_{j+2}$ είναι ελάχιστο.

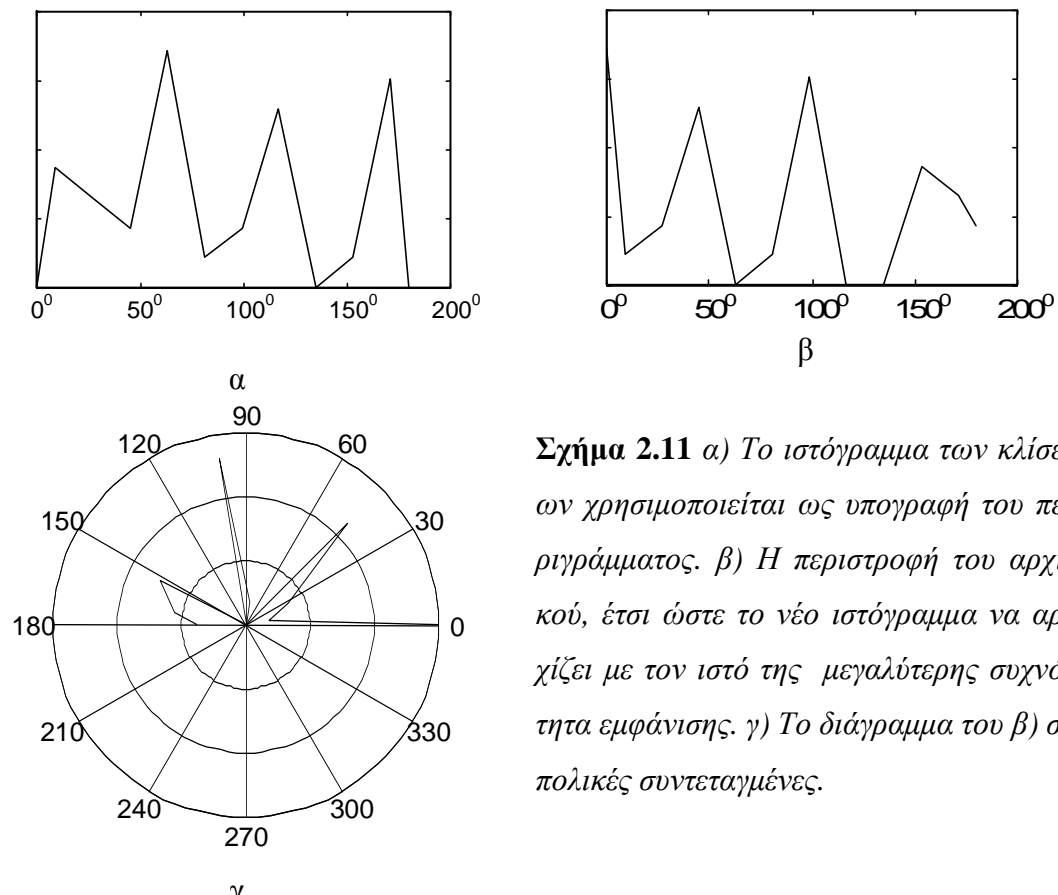
υπογραφής δίνεται και με αναλυτικό τρόπο από τη σχέση:

$$R(\theta_p) = (a/2) / \sin(\pi/4 + \theta_0), \quad \theta_0 = \text{mod}_{\pi/2}(\theta_p), \quad 0 \leq \theta_p < 2\pi \quad (2.4)$$

όπου a είναι το μήκος της πλευράς του τετραγώνου και $\text{mod}_{\pi/2}(\theta_p)$ είναι το ελάχιστο θετικό τόξο που προκύπτει αν αφαιρέσουμε τον μεγαλύτερο δυνατό αριθμό τεταρτημορίων από τη θ_p .

Με παρόμοιο τρόπο, σαν αυτόν που ακολουθήθηκε για το τετράγωνο, ορίζεται η υπογραφή για περίγραμμα περιοχής οποιουδήποτε σχήματος. Ως κέντρο K για τον ορισμό της αρχής της επιβατικής ακτίνας χρησιμοποιείται το κεντροειδές C της περιοχής που περικλείεται από το περίγραμμα. Ως άξονας I για τη μέτρηση των γωνιών μπορεί να χρησιμοποιηθεί ο πρωτεύων άξονας της περιοχής, όταν αυτή δεν παρουσιάζει συμμετρία ως προς σημείο, η ένας από τους άξονες συμμετρίας της περιοχής στην αντίθετη περίπτωση. Το κεντροειδές και ο πρωτεύων άξονας ορίζονται στην ενότητα 3.1. Εδώ θα αναφέρουμε μόνο ότι το κεντροειδές είναι χαρακτηριστικό σημείο κάθε περιοχής που ορίζεται μονοσήμαντα. Επίσης σε μια περιοχή που δεν παρουσιάζει συμμετρία ως προς σημείο ορίζεται μονοσήμαντα η διεύθυνση του πρωτεύοντα άξονα.

Στις περισσότερες εφαρμογές είναι διαθέσιμα μόνο τα pixels του περιγράμματος (Σχ.2.9.α).



Σχήμα 2.11 α) Το ιστόγραμμα των κλίσεων χρησιμοποιείται ως υπογραφή του περιγράμματος. β) Η περιστροφή του αρχικού, έτσι ώστε το νέο ιστόγραμμα να αρχίζει με τον ιστό της μεγαλύτερης συχνότητας εμφάνισης. γ) Το διάγραμμα του β) σε πολικές συντεταγμένες.

Τότε υπολογίζονται δείγματα της υπογραφής για έναν αριθμό από ισαπέχουσες τιμές της μεταβλητής θ_P . Στο Σχ. 2.9 δίνεται ένα παράδειγμα υπολογισμού της υπογραφής δειγματοληπτημένου περιγράμματος. Έχουν επιλεγεί το κεντροειδές C και ο πρωτεύων άξονας ΠΑ για τη μέτρηση των γωνιών. Στη συνέχεια, φέρεται άξονας ξ_θ από το C που σχηματίζει με τον ΠΑ γωνίες $\theta_P=0, \pi/4, \pi/2, \dots, 7\pi/4$. Για κάθε τιμή της θ_P εκτιμάται το σημείο τομής P του άξονα και του περιγράμματος και υπολογίζεται η απόσταση CP. Έτσι χαράσσεται η σχέση $R(\theta_P)$ (Σχ. 2.9.β). Το σημείο P προσδιορίζεται είτε με μια απλή γραμμική παρεμβολή μεταξύ των δύο πιο κοντινών προς τον άξονα ξ_θ pixels του περιγράμματος, είτε με την παραδοχή ότι το P συμπίπτει με το πλησιέστερο προς τον ξ_θ pixel. Η επιλογή του $\pi/4$ ως βήματος δειγματοληψίας της υπογραφής προφανώς είναι αυθαίρετη. Μπορεί κανένας να αυξήσει ή να ελαττώσει το βήμα αυτό ρυθμίζοντας έτσι το πλήθος των σημείων της υπογραφής που προσδιορίζει.

Η υπογραφή του περιγράμματος, που ορίσαμε στην υποενότητα αυτή, μένει αναλλοίωτη σε μετασχηματισμούς μεταφοράς και στροφής. Υπάρχει ανάγκη βελτίωσης της μεθόδου αυτής ώστε η υπογραφή να παραμένει αναλλοίωτη και στην αλλαγή κλίμακας. Αυτό επιτυγχάνεται με την κανονικοποίηση των δειγμάτων της απόστασης διαιρώντας την τιμή τους με τη μέση τιμή του $R(\theta_P)$. Αυτός ο τρόπος κανονικοποίησης δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα ακόμη και όταν στο περίγραμμα υπάρχει σημαντικός θόρυβος, ή παραμορφώσεις.

2.2.3.b Το Ιστόγραμμα Κλίσεων Στη μέθοδο αυτή προσεγγίζεται η τιμή της γωνίας θ_j που σχηματίζει με τον οριζόντιο άξονα η εφαπτόμενη σε κάθε ένα pixel P_j του περιγράμματος. Η προσέγγιση της τιμής της θ_j γίνεται με αριθμητικές μεθόδους. Μια τεχνική (Σχ.2.10) είναι ο καθορισμός της εξίσωσης της ευθείας ε , η οποία απέχει ελάχιστη συνολική απόσταση από το pixel P_j και από τους τέσσερις πλησιέστερους γείτονές του στο περίγραμμα, αυτούς που βρίσκονται ανά δύο εκατέρωθεν του P_j . Μετά τον προσδιορισμό των συντελεστών της ε υπολογίζεται η κλίση και η γωνία με την οριζόντιο θ_j της ευθείας αυτής.

Για την ακολουθία θ_j που προκύπτει με τον πιο πάνω τρόπο χαράσσεται το ιστόγραμμα κλίσεων του περιγράμματος, δηλαδή το ιστόγραμμα της συχνότητας εμφάνισης των τιμών της θ_j . Στο Σχ. 2.11.α δίνεται το ιστόγραμμα κλίσεων του περιγράμματος, του Σχ. 2.9.α. Το ιστόγραμμα αυτό παραμένει αναλλοίωτο στην παράλληλη μεταφορά της εικόνας. Όταν διαιρεθεί το ύψος κάθε ιστού με το πλήθος των pixels του περιγράμματος και γίνει περιστροφή των ιστών, έτσι ώστε ο ιστός με το μεγαλύτερο ύψος να εμφανίζεται πρώτος, το ιστόγραμμα που προκύπτει (Σχ 2.11.β) και επομένως η αντίστοιχη υπογραφή παραμένει αναλλοίωτη στην περιστροφή της εικόνας και στην αλλαγή της κλίμακας των αξόνων. Για την παράσταση της υπογραφής του ιστογράμματος των κλίσεων μερικές φορές χρησιμοποιούμε το διάγραμμα των πολικών συντεταγμένων (Σχ. 2.11.γ).

ΕΝΟΤΗΤΑ 2.3

ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΝΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Όπως έχει ήδη αναφερθεί, τα στοιχεία περιγραφής του περιγράμματος είναι ένα σύνολο αριθμών, οι οποίοι εκφράζουν το μέτρο γεωμετρικών ή φυσικών ιδιοτήτων αυτού. Τα στοιχεία περιγραφής περιέχουν πολύ μικρότερο ποσό πληροφορίας από τα σχήματα αναπαράστασης και μπορούν να προκύψουν από τα τελευταία μετά από δευτερογενή υπολογισμό. Το αντίστροφο βέβαια δεν είναι ποτέ δυνατό.

2.3.1 ΧΡΗΣΗ ΤΟΥ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΥ FOURIER ΤΟΥ ΠΕΡΙΓΡΑΜΜΑΤΟΣ

Μια σειρά από στοιχεία περιγραφής προκύπτουν από το Διακριτό Μετασχηματισμό Fourier (DFT) του περιγράμματος. Εστω ένα περίγραμμα με N pixels, των οποίων οι συντεταγμένες είναι $(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_{N-1}, y_{N-1})$. Με βάση τις συντεταγμένες αυτές ορίζουμε την ακολουθία των μιγαδικών αριθμών $s_i = x_i + jy_i$, $i = 0, 1, \dots, N-1$ καθώς και το διακριτό

μετασχηματισμό Fourier (DFT) της s_i , την ακολουθία a_u με $u=0,1,\dots,N-1$, που δίνεται από την πιο κάτω σχέση.

$$a_u = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} s_i \exp[-j2\pi ui/N] \quad u=0,1,\dots,N-1. \quad (2.5)$$

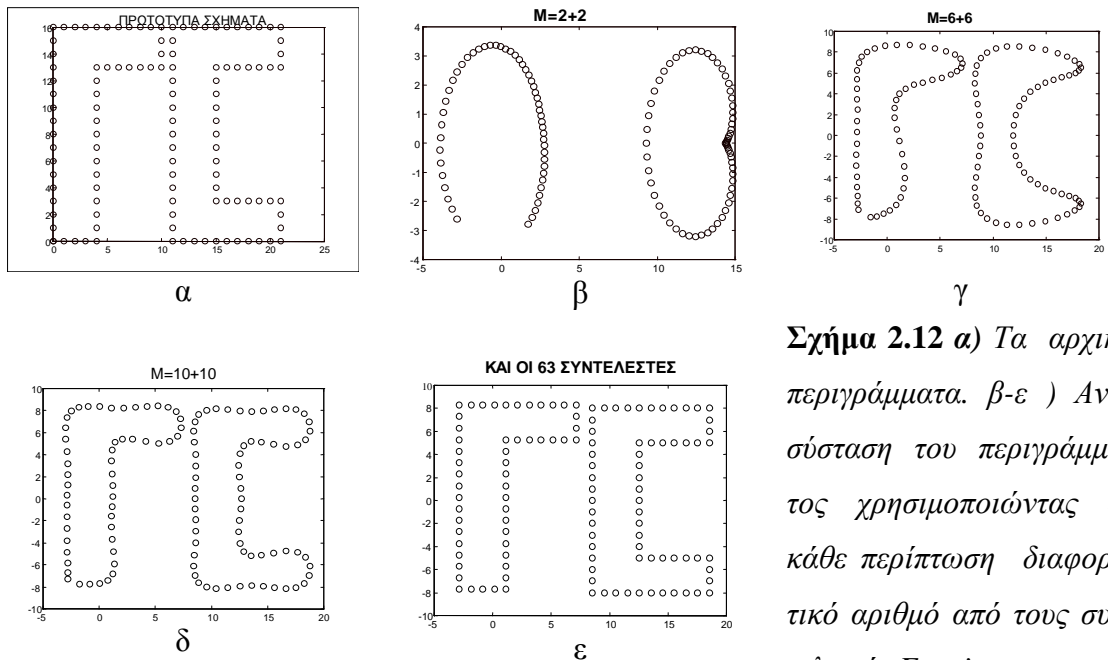
Όπως είναι γνωστό από τους όρους της ακολουθία a_u , που καλούνται και συντελεστές Fourier, είναι δυνατό να υπολογιστεί εκ νέου η ακολουθία s_i εφαρμόζοντας τη σχέση:

$$s_i = \sum_{u=0}^{N-1} a_u \exp[j2\pi ui/N] \quad i=0,1,\dots,N-1. \quad (2.6)$$

Αξίζει να θυμηθούμε ότι τα αθροίσματα των σχέσεων (2.5) και (2.6) υπολογίζονται στην πράξη από τον ταχύ μετασχηματισμό Fourier (FFT) και τον αντίστροφό του.

Επειδή οι όροι της ακολουθίας s_i προέρχονται από τις συντεταγμένες των pixels ενός περιγράμματος, υπάρχει σημαντική συσχέτιση μεταξύ τους και επομένως στην αντίστοιχη ακολουθία συντελεστών Fourier a_u , το μεγαλύτερο ποσό ενέργειας συγκεντρώνεται σε λίγους από τους ακραίους όρους, ενώ οι υπόλοιποι μεσαίοι όροι απομένουν με ασήμαντη ενέργεια. Η ιδιότητα αυτή φαίνεται καθαρά στο Σχ. 2.12. Στο σχήμα αυτό δίνεται το περίγραμμα δύο διαφορετικών γραμμάτων, των Γ και C. Το περίγραμμα του κάθε ενός από αυτά περιλαμβάνει 64 σημεία. Υπολογίζονται οι συντελεστές Fourier για τα σημεία του περιγράμματος του κάθε ενός από τα γράμματα αυτά και στη συνέχεια χρησιμοποιώντας ένα μικρό πλήθος από του ακραίους όρους της ακολουθίας των συντελεστών και μηδενίζοντας τους υπόλοιπους γίνεται απόπειρα ανασύστασης των αντιστοίχων περιγραμμάτων.

Στα σχήματα 2.12.β-δ δίνονται διαδοχικά τα περιγράμματα, που προκύπτουν από την ανασύσταση όταν χρησιμοποιηθούν $2M$ από τους N συντελεστές Fourier, για $M=2, 6$ και 10 αντίστοιχα. Σε κάθε περίπτωση μηδενίζονται όλοι οι συντελεστές εκτός από τους a_1 μέχρι a_M και a_{N-M} μέχρι a_{N-1} . Επιλέγονται δηλαδή οι πρώτοι και οι τελευταίοι διαδοχικοί συντελεστές



Σχήμα 2.12 α) Τα αρχικά περιγράμματα. β-ε) Ανασύσταση του περιγράμματος χρησιμοποιώντας σε κάθε περίπτωση διαφορετικό αριθμό από τους συντελεστές Fourier.

φροντίζοντας να μη συμπεριλάβουμε σ' αυτούς τον a_0 . Για την ανασύσταση του περιγράμματος στο Σχ. 2.12.ε έχουν χρησιμοποιηθεί 63 συντελεστές, δηλαδή όλοι εκτός από τον a_0 . Από τα περιγράμματα των σχημάτων αυτών γίνεται φανερό ότι ο διαχωρισμός των δύο μορφών είναι ικανοποιητικός ακόμη και όταν χρησιμοποιείται ένα μικρό μέρος από τους a_u . Λίγοι λοιπόν

Είδος Μεταβολής	s_i	α_u	$ \alpha_u $
Μεταφορά κατά Δ_{xy}	$s_i^t = s_i + \Delta_{xy}$	$\alpha_u^t = \alpha_u + \Delta_{xy} \delta(u)$	
Περιστροφή κατά γωνία θ	$s_i^r = s_i e^{j\theta}$	$\alpha_u^r = \alpha_u e^{j\theta}$	$ \alpha_u^r = \alpha_u $
Αλλαγή Κλίμακας	$s_i^x = \lambda s_i$	$\alpha_u^x = \lambda \alpha_u$	$ \alpha_u^x = \lambda \alpha_u $
Αρχικό Σημείο p_0	$s_i^p = s_{i-p_0}$	$\alpha_u^p = \alpha_u e^{-j2\pi p_0 u / N}$	$ \alpha_u^p = \alpha_u $

Πίνακας 2.4 Οι μεταβολές στην μορφή της ακολουθίας α_u , που προκύπτουν από γεωμετρικούς μετασχηματισμούς της ακολουθίας s_i , καθώς επίσης και από την αλλαγή του σημείου έναρξης της ψηφιοποίησης.

από αυτούς, κατάλληλα επιλεγμένοι, αν χρησιμοποιηθούν ως ουσιώδη χαρακτηριστικά σε αλγόριθμο ταξινόμησης, αρκούν για τον επιτυχή διαχωρισμό των μορφών.

Από τη θεωρία είναι γνωστό ότι η μεταφορά, η στροφή, η περιστροφή, ή η αλλαγή στην κλίμακα των αξόνων, καθώς επίσης και αλλαγή στην επιλογή της αρχής της δειγματοληψίας του περιγράμματος, επιφέρει μεταβολές στην ακολουθία α_u . Οι μεταβολές αυτές συνοψίζονται στον Πίνακα 2.4. Σ' αυτόν φαίνεται ότι η μεταφορά επιδρά μόνο στον μηδενικό όρο της α_u , στον οποίο προσθέτει το μιγαδικό αριθμό $\Delta_{xy} = x_0 + jy_0$. Από τον ίδιο Πίνακα γίνεται φανερό ότι κατά την στροφή των αξόνων, ή κατά την αλλαγή της επιλογής του πρώτου στοιχείου της ακολουθίας οι μεταβολές που επέρχονται στην α_u παύουν να υφίστανται στο μέτρο της ακολουθίας $|\alpha_u|$. Για το λόγο αυτό, ως ουσιώδη χαρακτηριστικά τελικά επιλέγονται τα κανονικοποιημένα μέτρα των συντελεστών Fourier, δηλαδή η όροι της ακολουθίας $|\alpha_u|/|\alpha_1|$ με τιμές του $u=1, N-1, 2, N-2, \dots$. Με την επιλογή αυτή χρησιμοποιούνται οι πιο ισχυροί από τους συντελεστές Fourier κανονικοποιημένοι κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να παραμένουν αναλλοίωτοι στη μεταφορά, στη στροφή και στην αλλαγή κλίμακας, καθώς επίσης και στην επιλογή της θέσης του πρώτου δείγματος του περιγράμματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΠΕΡΙΓΡΑΦΟΝΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΤΟΥ ΕΣΩΤΕΡΙΚΟΥ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

ΕΙΚΟΝΑΣ

Μετά από την παράθεση των σχημάτων αναπαράστασης και των στοιχείων περιγραφής του περιγράμματος περιοχής η οποία έχει διαχωριστεί από μια εικόνα, στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάζουμε δύο βασικές ομάδες στοιχείων περιγραφής του εσωτερικού της περιοχής. Η πρώτη ομάδα περιλαμβάνει στοιχεία που προκύπτουν από την ποσοτικοποίηση της υφής της περιοχής. Αυτά περιγράφονται στην πρώτη υποενότητα (υποενότητα 3.1) και αναφέρονται μόνο για περιοχές ασπρόμαυρες και όχι για δίχρωμες. Η δεύτερη ομάδα στοιχείων περιγραφής προκύπτει από τον γεωμετρικό τρόπο κατανομής των pixels στην περιοχή και αποτελείται από δισδιάστατες ροπές της περιοχής. Αυτά τα στοιχεία θα περιγραφούν στη δεύτερη υποενότητα (υποενότητα 3.2) και βρίσκουν εφαρμογή τόσο για δίχρωμες περιοχές όσο για ασπρόμαυρες περιοχές. Ειδικά μια δίχρωμη περιοχή καλείται μορφή (*shape*).

Ενότητα 3.1

Υφή του Εσωτερικού Περιοχής

Από την περιγραφή της υφής του εσωτερικού μιας περιοχής ασπρόμαυρης εικόνας προκύπτουν σημαντικά ουσιώδη χαρακτηριστικά για την ταξινόμηση της περιοχής. Ο ορισμός της έννοιας της υφής δεν μπορεί να δοθεί επακριβώς. Εν τούτοις στην καθημερινή πρακτική αυτή χρησιμοποιείται για να εκφραστούν οπτικές ιδιότητες της παρατηρούμενης περιοχής, όπως *λεπτή υφή, τραχεία υφή, ινώδης και κοκκώδης υφή, κανονικά επαναλαμβανόμενη υφή* κ.λ.π. (Σχ.3.1). Για να οριστούν περιγράφοντα στοιχεία της υφής πρέπει να προηγηθεί η ποσοτική έκφραση και η μέτρηση των ιδιοτήτων της. Για το σκοπό αυτό χρησιμοποιούνται τρεις κύριες τεχνικές, η **Στατιστική**, η **Φασματική** και η **Δομική** προσέγγιση. Τις δύο πρώτες θα παρουσιάσουμε στην υποενότητα αυτή, ενώ την τρίτη τεχνική μπορείτε να αναζητήσετε στα.

3.1.1 Στατιστική προσέγγιση.

Στη μέθοδο αυτή οι ιδιότητες της υφής μετρούνται από το ιστόγραμμα των τιμών των pixels της περιοχής και από τους Πίνακες Συνεμφάνισης. Χρησιμοποιούνται διάφοροι τύποι ροπών και άλλες στατιστικές παράμετροι για την περιγραφή των στοιχείων αυτών.

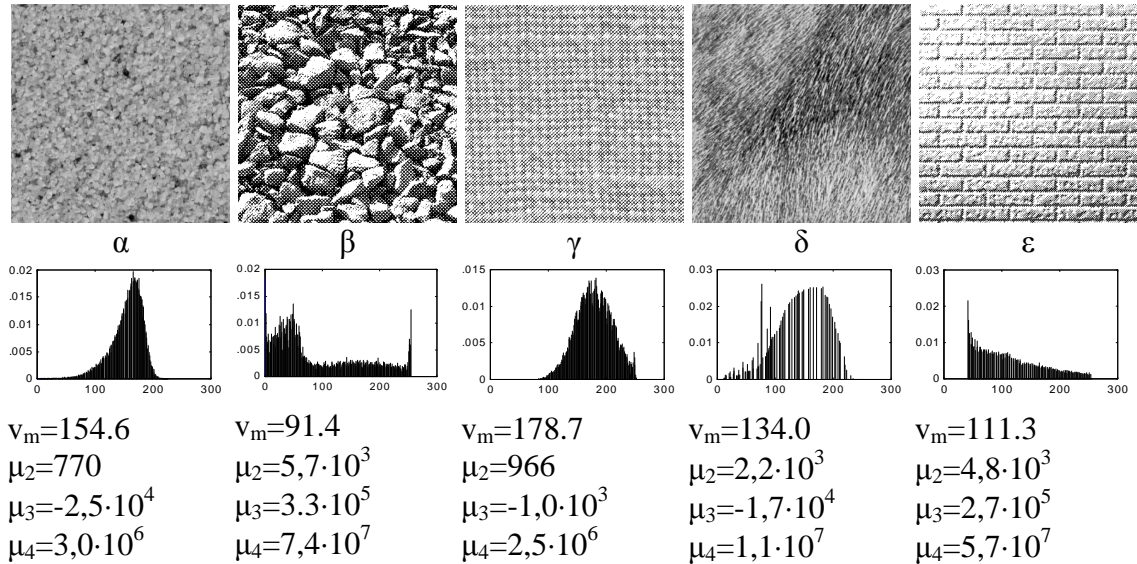
3.1.1.α Οι Ροπές του Ιστογράμματος. Από την επεξεργασία της εικόνας είναι γνωστή η ακολουθία επανάληψης $r(i)$ και το ιστόγραμμα των τιμών των pixels μιας εικόνας. Αν N είναι το πλήθος των pixels μιας περιοχής και $r(i)$ η ακολουθία επανάληψης τιμών, καλούμε ακολουθία συχνότητας τιμών την $p(i)=r(i)/N$ $i=0,1,\dots,Q-1$, και ιστόγραμμα συχνότητας τιμών το ιστόγραμμα της $p(i)$. Υπενθυμίζεται ότι Q είναι το πλήθος των σταθμών κβάντισης του σήματος της εικόνας. Επειδή το άθροισμα των όρων της ακολουθίας $r(i)$ ισούται με τον ολικό αριθμό N των pixels της περιοχής, το άθροισμα των όρων της $p(i)$ ισούται με μονάδα. Ένας τρόπος μέτρησης των ιδιοτήτων της υφής του εσωτερικού μιας περιοχής είναι ο υπολογισμός της $p(i)$ και η παράστασή της με το αντίστοιχο ιστόγραμμα.

Ως περιγράφοντα στοιχεία του ιστογράμματος συχνότητας τιμών και επομένως της αντίστοιχης υφής, χρησιμοποιούνται οι μονοδιάστατες κεντρικές **ροπές** (*moments*). Αυτές ορίζονται με βάση την ακολουθία συχνότητας τιμών της περιοχής $p(i)$ $i=0,1,\dots,Q-1$. Κατ' αρχήν

υπολογίζουμε τη μέση τιμή v_m της περιοχής από τη σχέση:

$$v_m = \sum_{i=0}^{Q-1} i \cdot p(i) . \quad (3.1)$$

Στη συνέχεια για κάθε k φυσικό αριθμό, ορίζεται η k τάξεως κεντρική ροπή μ_k του ιστογράμματος ως:



Σχήμα 3.1 Δείγματα από υφή περιεχομένου περιοχής. α) Λεπτή υφή. β) Τραχεία υφή. δ) Ινώδης υφή. γ και ε) Κανονικά επαναλαμβανόμενη υφή. Για κάθε δείγμα υφής έχει παρατεθεί το ιστόγραμμα συχνότητας τιμών, καθώς και η μέση τιμή με τις τιμές των κεντρικών ροπών μ_2 , μ_3 και μ_4 .

$$\mu_k = \sum_{i=0}^{Q-1} (i - v_m)^k \cdot p(i) . \quad (3.2)$$

Με βάση τον πιο πάνω ορισμό εύκολα αποδεικνύεται (βλέπετε και παράδειγμα 1) ότι για κάθε ιστόγραμμα ισχύει: $\mu_0=1$ και $\mu_1=0$ και επομένως οι δύο αυτές ροπές δεν μπορούν να χρησιμοποιηθούν σαν περιγράφοντα στοιχεία του ιστογράμματος. Αντίθετα σε ροπές με τάξη μεγαλύτερη ή ίση του 2 η τιμή εξαρτάται άμεσα από τη μορφή του ιστογράμματος. Οι τελευταίες αυτές ροπές λοιπόν χρησιμοποιούνται σαν περιγράφοντα στοιχεία της υφής περιοχής.

Οι ροπές δεύτερης τρίτης και τέταρτης τάξης παρουσιάζουν ιδιαίτερο φυσικό περιεχόμενο. Η ροπή μ_2 είναι γνωστή σαν διακύμανση και δείχνει τη διασπορά των τιμών στο ιστόγραμμα γύρω από τη μέση τιμή v_m . Η ροπή αυτή δίνει ένα μέτρο της αντίθεσης που υπάρχει στην εξεταζόμενη περιοχή. Η $|\mu_3|$ αυξάνει με την ασυμμετρία του ιστογράμματος γύρω από τη μέση

τιμή. Τέλος η μ_4 παρουσιάζει μικρή σχετικά τιμή για κυρτό ιστόγραμμα και μεγάλη για κοίλο. Η σχέση της τιμής των ροπών μεγαλύτερης τάξεως και της μορφής του ιστογράμματος δεν είναι απλή αλλά βέβαια χρησιμοποιούνται και αυτές σαν περιγράφοντα στοιχεία. Στο Σχ. 6.1 για κάθε δείγμα υφής έχει παρατεθεί το ιστόγραμμα και έχουν υπολογιστεί η μέση τιμή και οι ροπές δεύτερης τρίτης και τέταρτης τάξης.

Παράδειγμα 3.1

α) Να αποδείξετε ότι για οποιοδήποτε ιστόγραμμα ισχύει: $\mu_0=1$ και $\mu_1=0$. β) Τα pixels μιας περιοχής έχουν κβαντιστεί με $Q=256$ στάθμες. Η τιμή της Πιθανότητας εμφάνισης της τιμής i , $p(i)$, ισούται με $p(i)=c \cdot i$, $i=0,1,\dots,Q-1$. Να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου c , τη μέση τιμή v_m , καθώς και μ_2 .

Δίνονται οι σχέσεις $1+2+\dots+N=N(N+1)/2$, $1^2+2^2+\dots+N^2=N(N+1)(2N+1)/6$, $1^3+2^3+\dots+N^3=N^2(N+1)^2/4$.

Λύση

α) Για τις ροπές μηδενικής και πρώτης τάξης ανεξάρτητα από την τιμή του Q και των όρων της ακολουθίας $p(i)$, ισχύει

$$\mu_0 = \sum_{i=0}^{Q-1} (i - v_m)^0 \cdot p(i) = \sum_{i=0}^{Q-1} p(i) = 1, \text{ δηλαδή } \mu_0=1.$$

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \sum_{i=0}^{Q-1} (i - v_m)^1 \cdot p(i) = \sum_{i=0}^{Q-1} (i \cdot p(i) - v_m \cdot p(i)) = \sum_{i=0}^{Q-1} (i \cdot p(i)) - v_m \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} p(i) = \\ &= v_m - v_m \cdot 1 = 0, \text{ δηλαδή } \mu_1=0. \end{aligned}$$

β) Για τη τιμή της παραμέτρου c ξεκινάμε με τη σχέση $\sum_{i=0}^{Q-1} p(i) = 1$, ή $c \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} i = 1$, ή $c \cdot 255 \cdot 256 / 2 = 1$, ή $c = 3,1 \cdot 10^{-5}$.

Ισχύει επίσης $v_m = \sum_{i=0}^{Q-1} i \cdot p(i) = c \cdot \sum_{i=0}^{255} i^2 = 3,1 \cdot 10^{-5} \cdot 255 \cdot 256 \cdot (2 \cdot 255 + 1) / 6$, ή $v_m = 172,4$.

Τέλος

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \sum_{i=0}^{Q-1} (i - v_m)^2 \cdot p(i) = c \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} (i^2 - 2 \cdot i \cdot v_m + v_m^2) \cdot i \\ &= c \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} (i^3 - 2 \cdot i^2 \cdot v_m + v_m^2 \cdot i) = c \cdot \left[\sum_{i=0}^{Q-1} i^3 - 2 \cdot v_m \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} i^2 + v_m^2 \cdot \sum_{i=0}^{Q-1} i \right] = \\ &= 3,1 \cdot 10^{-5} \cdot [255^2 \cdot (255 + 1)^2 / 4 - 2 \cdot 172,4 \cdot 155 \cdot (155 + 1) \cdot (2 \cdot 155 + 1) / 6 + \\ &\quad + (172,4)^2 \cdot 155 \cdot (155 + 1) / 2] \end{aligned}$$

δηλαδή $\mu_2 = 3,08 \cdot 10^4$.

3.1.1.β Πίνακες Συνεμφάνισης. Από την περιγραφή που δώσαμε μέχρι εδώ εύκολα αντιλαμβανόμαστε ότι περιγράφοντας ένα τμήμα υφής με ροπές του ιστογράμματος δεν χρησιμοποιούμε το βασικό χαρακτηριστικό της υφής, την περιοδική διαδοχή των τιμών των pixels της περιοχής. Το χαρακτηριστικό αυτό μπορούμε να το αναδείξουμε χρησιμοποιώντας τον **Πίνακα Συνεμφάνισης** (*Coocurance Matrix*) (Π.Σ).

Θα δώσουμε τον ορισμό των Π.Σ. με ένα παράδειγμα. Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια ψηφιακή εικόνα ϵ μεγέθους 8×8 (Σχ. 3.2) με τιμές που έχουν προκύψει από $Q=4$ στάθμες κβάντισης. Θεωρούμε το σύνολο των τιμών Σ της ϵ , $\Sigma = \{0,1,2,3\}$ και καλούμε v_1, v_2, v_3, v_4 ($v_k = k-1, k=1,2,3,4$) τα στοιχεία του Σ . Ορίζουμε τη διεύθυνση γειτονίας $\mathbf{D} = \mathbf{SE}$ (μια γραμμή κάτω ένα pixel δεξιά) και υπολογίζουμε τον Πίνακα $\mathbf{A}_{\mathbf{D}}$ (Σχ. 3.2) του οποίου κάθε στοιχείο

$A_D(i,j)$ τίθεται ίσο προς το πλήθος των ζευγών από pixels της ε που γειτονεύουν κατά τη

$$\varepsilon = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0 & 3 & 2 & 2 & 1 & 3 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 2 & 3 & 1 \\ \hline 2 & 3 & 2 & 3 & 2 & 0 & 0 & 3 \\ \hline 2 & 2 & 3 & 2 & 0 & 2 & 3 & 2 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 2 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ \hline 3 & 1 & 2 & 3 & 3 & 0 & 2 & 0 \\ \hline 3 & 2 & 3 & 0 & 2 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 & 2 \\ \hline \end{array} \quad \mathbf{A}_D = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 5 & 3 \\ 8 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{C}_D = \begin{pmatrix} 0,020 & 0,082 & 0,061 & 0,041 \\ 0,000 & 0,020 & 0,102 & 0,061 \\ 0,164 & 0,082 & 0,102 & 0,020 \\ 0,061 & 0,020 & 0,082 & 0,082 \end{pmatrix}$$

Σχήμα 3.2 ε : Η δοσμένη εικόνα, τμήμα από υφή. \mathbf{A}_D : Πίνακας των επαναλήψεων. \mathbf{C}_D : Πίνακας Συνεμφάνισης

διεύθυνση \mathbf{D} και επιπλέον το πρώτο στοιχείο τους έχει τιμή ίση με v_i και το δεύτερο ίση με v_j . Το σύνολο των γειτονικών pixels της ε ως προς οποιαδήποτε διεύθυνση υπολογίζεται ως $(8-1) \times (8-1) = 49$. Διαιρώντας λοιπόν τα στοιχεία του \mathbf{A}_D με 49 προκύπτει ο πίνακας \mathbf{C}_D (Σχ. 3.2) κάθε στοιχείο $C_D(i,j)$ του οποίου ισούται με τη συχνότητα εμφάνισης στην ε του ζεύγους των γειτονικών κατά τη διεύθυνση \mathbf{D} pixels με τιμές $(v_i, v_j) = (i-1, j-1)$. Ο \mathbf{C}_D καλείται Πίνακας Συνεμφάνισης (Π.Σ).

Από την παρατήρηση του \mathbf{C}_D διαπιστώνουμε ότι το $C_D(3,1) = 0,164$ είναι το μεγαλύτερο στοιχείο του πίνακα που σημαίνει ότι κατά τη διεύθυνση $\mathbf{D} = SE$ τα ζεύγη από pixels με τιμές $(2,0)$ είναι από τα πολυπληθέστερα στην περιοχή που εξετάζουμε. Το αντίθετο συμβαίνει με τα ζεύγη που έχουν τιμές $(1,0)$ ($C_D(2,1) = 0$) που δεν εμφανίζονται καθόλου.

Από το πιο πάνω παράδειγμα εύκολα μπορούμε γενικεύοντας να συμπεράνουμε ότι για μια εικόνα με Q στάθμες κβάντισης είναι δυνατόν να οριστούν οκτώ Π.Σ. με μέγεθος $Q \times Q$, ένας για κάθε κατεύθυνση άμεσης γειτονίας. Στην πράξη μπορεί να χρησιμοποιηθεί και η γειτονία μεταξύ δύο pixels που απέχουν περισσότερο από μία θέση κατασκευάζονται έτσι απειρία από Π.Σ. Όλοι αυτοί οι πίνακες δίνουν ποσοτική περιγραφή της υφής μιας περιοχής και ορίζοντας περιγράφοντα στοιχεία γι' αυτούς ορίζουμε περιγράφοντα στοιχεία για την υφή.

Στη συνέχεια δίνεται ο ορισμός μερικών από τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται στην πράξη για την περιγραφή ενός Π.Σ και κατ' επέκταση της αντίστοιχης υφής.

Η Μέγιστη Πιθανότητα: Ορίζεται σαν το μέγιστο στοιχείο του Π.Σ.

$$\max_{i,j} \{C_D(i,j)\}$$

δηλαδή είναι η πιθανότητα του πιο συχνά εμφανιζόμενου ζεύγους τιμών της εικόνας.

Η Εντροπία: Ορίζεται ως:

$$H = - \sum_{i=1}^Q \sum_{j=1}^Q C_D(i, j) \log_2(C_D(i, j))$$

Αυτή παρουσιάζει τόσο μεγαλύτερη τιμή όσο μεγαλύτερη ομοιομορφία υπάρχει στις τιμές του πίνακα C_D . Σε ένα πίνακα που όλα τα στοιχεία του είναι ίσα αποδεικνύεται ότι η τιμή της εντροπίας γίνεται η μέγιστη δυνατή, ίση με $H = \log_2(Q^2)$.

Η Ενέργεια E: Ορίζεται ως:

$$E = \sum_{i=1}^Q \sum_{j=1}^Q [C_D(i, j)]^2$$

και αντίθετα από την εντροπία παρουσιάζει τόσο μικρότερη τιμή όσο μεγαλύτερη ομοιομορφία υπάρχει στις τιμές του πίνακα C_D . Σε ένα πίνακα που όλα τα στοιχεία του είναι ίσα η ενέργεια λαμβάνει την ελάχιστη τιμή της ίση με $1/(Q^2)$.

Οι ροπές Αδράνειας R_k τάξης k ως προς τη κύρια διαγώνιο

$$R_k = \sum_{i=1}^Q \sum_{j=1}^Q |i - j|^k C_D(i, j).$$

Οι ροπές αυτές παρουσιάζουν μικρές τιμές όταν τα στοιχεία του πίνακα με τις μεγάλες τιμές βρίσκονται στη κύρια διαγώνιο, δηλαδή όταν στην ε εμφανίζονται συχνά ζεύγη της μορφής (i, i) πράγμα που σημαίνει όμοια pixels κατά τη διεύθυνση γειτονίας, δηλαδή λεπτή υφή. Αντίθετα σε τραχεία υφή παρουσιάζονται απότομες μεταβολές στην τιμή των γειτονικών pixels της ε , εμφανίζουν μεγάλη τιμή τα απομακρυσμένα από τη κύρια διαγώνιο σημεία του C_D και η R_k έχει αυξημένη σημαντικά την τιμή της.

Ως περιγράφοντα στοιχεία για τους Π.Σ. μπορούν να χρησιμοποιηθούν και οι δισδιάστατες ροπές που θα ορίσουμε στην υποενότητα 3.2. Σε ένα πρόβλημα ταξινόμησης υφής είναι πολύ βασικό να επιλεγούν οι κατάλληλες διευθύνσεις ώστε να δημιουργηθούν εκείνοι οι Π.Σ. που θα διαχωρίζουν ευχερέστερα τις αντίστοιχες κλάσεις. Συγχρόνως πρέπει να επιλεγούν και τα κατάλληλα περιγράφοντα στοιχεία των πινάκων ώστε να αναδειχτεί η υπάρχουσα διαφορά μεταξύ των διαφορετικών κλάσεων.

3.1.2 Φασματική Προσέγγιση

Στη μέθοδο αυτή η ποσοτική περιγραφή της υφής γίνεται με το φάσμα Fourier $|F(u, v)|$ της περιοχής. Το φάσμα αυτό για μια ψηφιακή εικόνα προσεγγίζεται από το διακριτό μετασχηματισμό, ο οποίος υπολογίζεται μέσω του ταχέως αλγόριθμου FFT. Στο Σχ. 3.3.α και 3.3.β δίνεται ένα παράδειγμα με δύο δείγματα υφής και τα αντίστοιχα φάσματα.

Υπάρχουν πολλοί τρόποι για τη δημιουργία στοιχείων περιγραφής του $|F(u, v)|$. Για παράδειγμα εξαγωγή στοιχείων περιγραφής με μια διάσταση από το δισδιάστατο φάσμα $|F(u, v)|$ γίνεται υπολογίζοντας τη συνάρτηση του φάσματος σε πολικές συντεταγμένες $|F(r, \theta)|$ και στη συνέχεια υπολογίζοντας τις μονοδιάστατες συναρτήσεις :

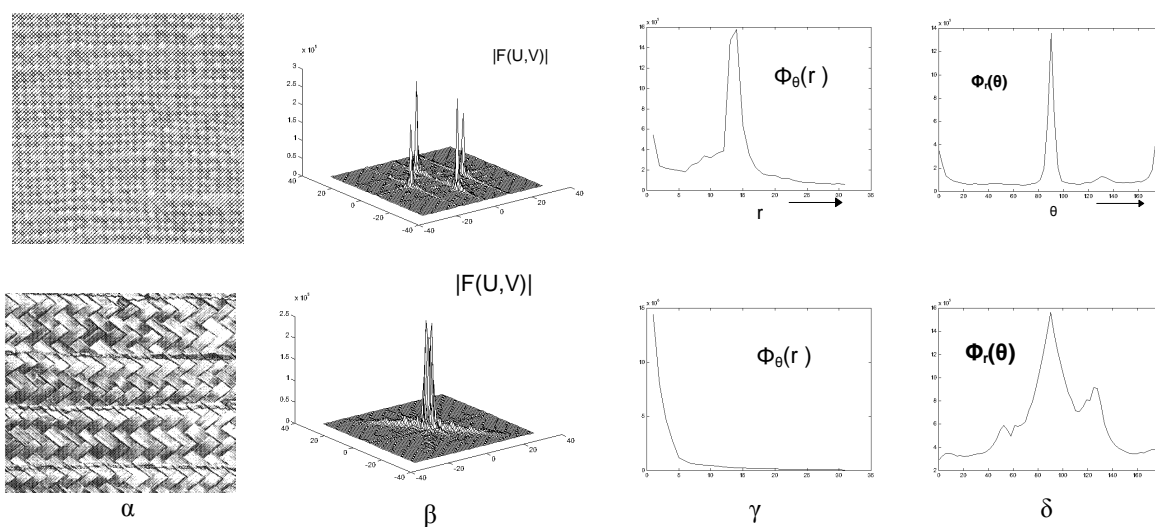
$$\Phi_r(\theta) = \int_0^\infty |F(r, \theta)| dr \quad \text{και} \quad \Phi_\theta(r) = \int_0^{2\pi} |F(r, \theta)| d\theta.$$

Επειδή όπως έχουμε αναφέρει ήδη δεν διαθέτουμε τη συνάρτηση $|F(u, v)|$ αλλά τη σειρά του DFT $f(k, m)$ $0 \leq k, m \leq N-1$ η διαδικασία που ακολουθείται διαφέρει από αυτή που περιγράφηκε πιο πάνω. Στην πραγματικότητα χρησιμοποιούνται οι τιμές της $f(k, m)$ και υπολογίζεται κατά προσέγγιση η τιμή του $F(r, \theta)$ για διακριτές τιμές των r και θ . Στη συνέχεια προσεγγίζονται οι τιμές των $\Phi_r(\theta)$ και $\Phi_\theta(r)$ υπολογίζοντας αθροίσματα της $|F(r, \theta)|$ (Σχ. 3.3.γ και 3.3.δ). Λαμβάνοντας κατάλληλο αριθμό δειγμάτων από τις συναρτήσεις αυτές κατασκευάζουμε διανύσματα στοιχείων περιγραφής.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3.2

ΟΙ ΡΟΠΕΣ ΜΙΑΣ ΠΕΡΙΟΧΗΣ

Οι ροπές είναι από τα περισσότερο συχνά χρησιμοποιούμενα στοιχεία περιγραφής μιας περιοχής. Τα μεγέθη που περιλαμβάνει η κατηγορία αυτή απεικονίζουν συμμετρίες ή ασυμμετρίες της περιοχής. Με τη βοήθεια των ροπών γίνεται δυνατός ο ορισμός χαρακτηριστικών ευθειών (αξόνων) της περιοχής, ο εντοπισμός των οποίων φανερώνει τον



Σχήμα 3.3 Η φασματική προσέγγιση της υφής. α) Δυο διαφορετικά δείγματα. β) Τα φάσματα τους $|F(u,v)|$. γ) Μονοδιάστατη περιγραφή $\Phi_\theta(r)$. δ) Μονοδιάστατη περιγραφή $\Phi_r(\theta)$.

προσανατολισμό της περιοχής στο επίπεδο. Επίσης στις ροπές συμπεριλαμβάνονται στοιχεία περιγραφής πλήρως αναλλοίωτα σε μετασχηματισμούς παράλληλης μεταφοράς περιστροφής και αλλαγή κλίμακας τόσο για δίχρωμες όσο και για ασπρόμαυρες περιοχές. Στην ενότητα αυτή θα συμβολίζουμε \mathfrak{R} το σύνολο των σημείων της περιοχής και $a(x,y)$ οι τιμές των pixels της για κάθε (x,y) που ανήκει στο \mathfrak{R} .

3.2.1 Ροπές, Κεντρικές Ροπές και Κανονικοποιημένες Ροπές.

Για i, j φυσικούς ορίζεται η **ροπή** (*moment*) $m_{i,j}$ τάξεως $i+j$, από τη σχέση:

$$m_{ij} = \sum_{\mathfrak{R}} \sum_{\mathfrak{R}} x^i y^j a(x,y) \quad (3.3)$$

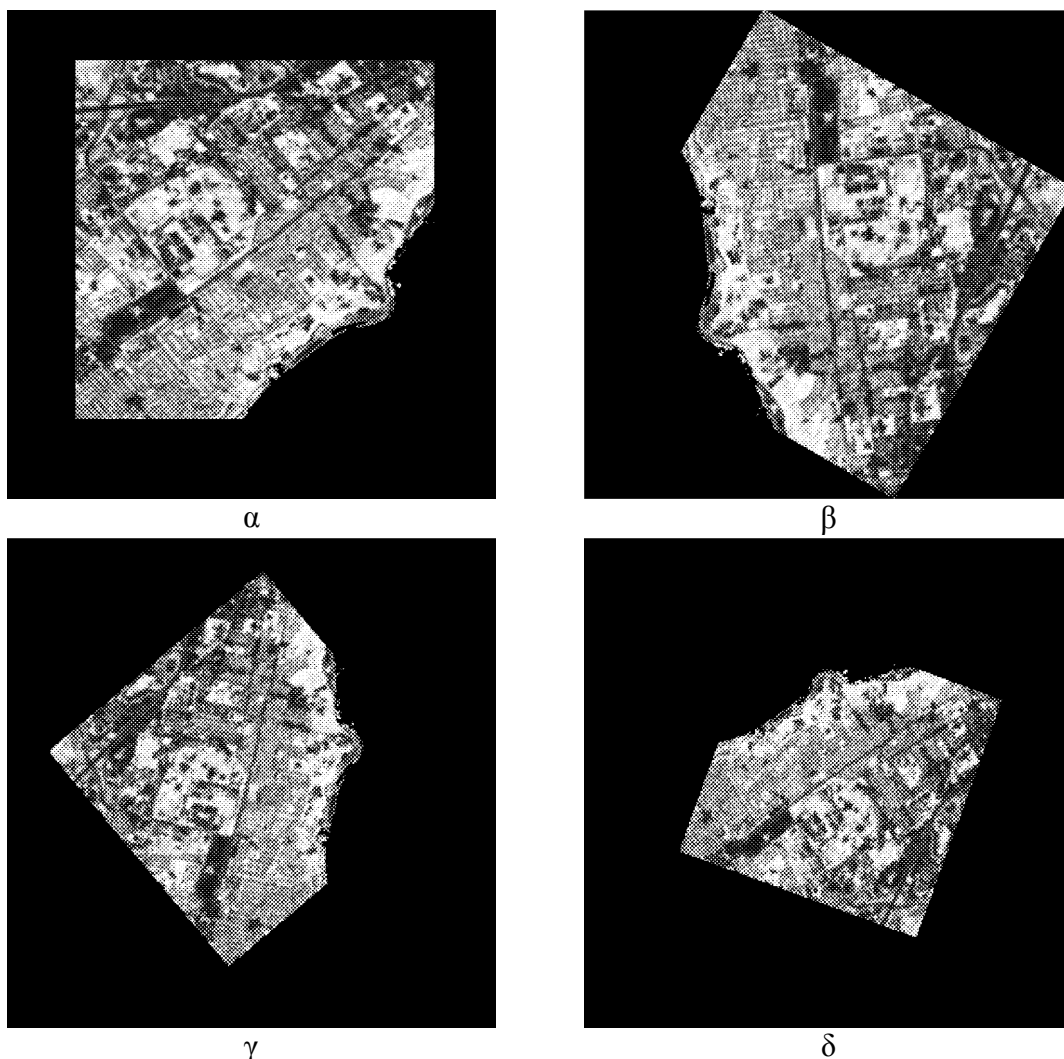
Οι ροπές μηδενικής και πρώτης τάξεως έχουν ένα ιδιαίτερο φυσικό περιεχόμενο. Η $m_{00} = \sum_{\mathfrak{R}} \sum_{\mathfrak{R}} a(x,y)$ ισούται με τη 'μάζα' της περιοχής, ή N φορές τη μέση φωτεινότητα όπου N είναι ο αριθμός των pixels της \mathfrak{R} . Το σημείο (x_C, y_C) με συντεταγμένες :

$$x_C = \frac{m_{10}}{m_{00}} \quad \text{και} \quad y_C = \frac{m_{01}}{m_{00}} \quad (3.4)$$

καλείται **κεντροειδές** (*centroid*) της περιοχής. είναι χαρακτηριστικό σημείο της περιοχής και χρησιμοποιείται για την κατασκευή της υπογραφής του περιγράμματος (βλέπε κεφάλαιο 2), καθώς επίσης και τον ορισμό των κεντρικών ροπών της περιοχής. Από τον τρόπο ορισμού των ροπών προκύπτει εύκολα ότι οι τιμές τους, όλες εκτός από εκείνες της μηδενικής τάξεως, εξαρτώνται από την επιλογή του συστήματος των συντεταγμένων και αλλάζουν σε κάθε μετασχηματισμό μεταφοράς, περιστροφής ή αλλαγής κλίμακας.

Οι **Κεντρικές Ροπές** συμβολίζονται με μ_{ij} και ορίζονται με βάση τη σχετική απόσταση των pixels της περιοχής από το κεντροειδές C .

$$\mu_{ij} = \sum_{\mathfrak{R}} \sum_{\mathfrak{R}} (x - x_C)^i (y - y_C)^j a(x,y) \quad (3.5)$$



Σχήμα 3.4 α) Η αρχική αεροφωτογραφία. β) Μετά από στροφή. γ) Μετά από στροφή και σμίκρυνση. δ) Δημιουργία κατοπτρικής και στη συνέχεια στροφή και σμίκρυνση.

Επειδή κατά την παράλληλη μεταφορά του συστήματος συντεταγμένων οι αποστάσεις των σημείων από το κεντροειδές παραμένουν σταθερές οι ροπές αυτές παραμένουν αναλλοίωτες στους μετασχηματισμούς αυτούς. Οι τιμές τους όμως μεταβάλλονται μετά από αλλαγή κλίμακας, ή την περιστροφή των αξόνων.

Οι **κεντρικές κανονικοποιημένες** ροπές συμβολίζονται με n_{ij} και ορίζονται ως:

$$n_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{m_{00}^{\lambda}}, \quad \lambda = \frac{i+j}{2} + 1 \quad (3.6)$$

Οι τιμές των ροπών αυτών παραμένουν αναλλοίωτες σε παράλληλη μεταφορά και σε αλλαγή κλίμακας.

3.2.2 Αμετάβλητες Ροπές

Η αναζήτηση ουσιωδών χαρακτηριστικών αναλλοίωτων στους μετασχηματισμούς περιστροφής οδήγησε στη δημιουργία των αμετάβλητων ροπών. Πρόκειται για μια σειρά από επτά σταθερές, τις $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_7$, που υπολογίζονται συναρτήσει των κεντρικών κανονικοποιημένων ροπών της περιοχής και των οποίων οι τιμές παραμένουν αμετάβλητες σε περιστροφή, παράλληλη μεταφορά και αλλαγή κλίμακας αλλά και σε κατοπτρικούς μετασχηματισμούς. Από τους τελευταίους προκύπτει μια περιοχή συμμετρική ως προς άξονα με την αρχική. Οι σχέσεις που δίνουν τις αμετάβλητες ροπές είναι:

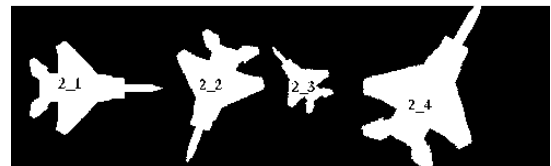
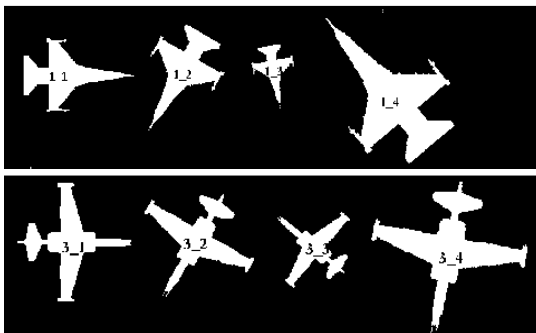
$$\begin{aligned}
 \varphi_1 &= n_{20} + n_{02} \\
 \varphi_2 &= (n_{20} - n_{02})^2 + 4n_{11}^2 \\
 \varphi_3 &= (n_{30} - 3n_{12})^2 + (3n_{21} - n_{03})^2 \\
 \varphi_4 &= (n_{30} + n_{12})^2 + (n_{21} + n_{03})^2 \\
 \varphi_5 &= (n_{30} - 3n_{12})(n_{30} + n_{12}) \left[(n_{30} + n_{12})^2 - 3(n_{21} + n_{03})^2 \right] + \\
 &\quad + (3n_{21} - n_{03})(n_{21} + n_{03}) \left[3(n_{30} + n_{12})^2 - (n_{21} + n_{03})^2 \right] \\
 \varphi_6 &= (n_{20} - n_{02}) \left[(n_{30} + n_{12})^2 - (n_{21} + n_{03})^2 \right] + 4n_{11}(n_{30} + n_{12})(n_{21} + n_{03}) \\
 \varphi_7 &= (3n_{21} - n_{03})(n_{30} + n_{12}) \left[(n_{30} + n_{12})^2 - 3(n_{21} + n_{03})^2 \right] + \\
 &\quad + (n_{30} - 3n_{12})(n_{21} + n_{03}) \left[(n_{21} + n_{03})^2 - 3(n_{30} + n_{12})^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Ένα παράδειγμα εφαρμογής των αμετάβλητων ροπών δίνεται στο Σχ. 3.4. Στο Σχ. 3.4.α δίνεται μια αεροφωτογραφία ενώ στα 3.4.β, 3.4.γ, και 3.4.δ τρεις εικόνες, που έχουν προκύψει από την αρχική μετά από περιστροφή, αλλαγή κλίμακας, ή ακόμη και κατοπτρικό μετασχηματισμό (Βλέπε υπότιτλο σχήματος). Για τις τέσσερις εικόνες του Σχ. 3.4 έχουν υπολογιστεί οι επτά αμετάβλητες ροπές και τα αποτελέσματα δίνονται στον Πίνακα 3.1. Όπως προκύπτει από αυτόν οι τιμές των ροπών παραμένουν σχεδόν σταθερές και για τις τέσσερις

	φ_1	φ_2	φ_3	φ_4	φ_5	φ_6	φ_7
1	-1.1985	-5.3464	-5.7104	-10.0108	-18.0454	-16.8001	-18.4836
2	-1.1985	-5.3408	-5.7119	-9.9997	-18.0157	-17.1177	-18.5024
3	-1.1994	-5.3781	-5.7409	-10.0177	-18.1328	-16.8170	-18.3863
4	-1.2004	-5.3548	-5.7251	-9.9946	-18.0335	-16.7611	-18.4546

Πίνακας 3.1 Οι λογαριθμικές τιμές των αμετάβλητων ροπών των τεσσάρων περιοχών του Σχ. 3.4.

αεροφωτογραφίες. Οι μικρές μεταβολές που εμφανίζονται οφείλονται κατά κύριο λόγο στο θόρυβο, που εισέρχεται στις εικόνες κατά τη δημιουργία των περιστραμμένων ή



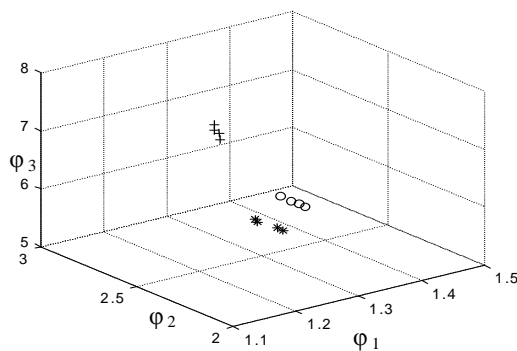
Σχήμα 3.5 Τρεις ομάδες μορφών που έχουν προκύψει από περιστροφές και αλλαγές μεγέθους τριών διαφορετικών μορφών.

αναδειγματοληπτημένων αντιγράφων, καθώς και στα σφάλματα των πράξεων που προκύπτουν

κατά τον υπολογισμό της αριθμητικής τιμής των ροπών, ιδιαίτερα αυτών των υψηλής τάξης.

Στην πράξη η εφαρμογή των αμετάβλητων ροπών στις ασπρόμαυρες εικόνες είναι πιο δύσκολη από ότι στη θεωρία, επειδή φωτογραφίες της ίδιας περιοχής που έχουν ληφθεί σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με διαφορετικές κάμερες και φωτισμό διαφέρουν σημαντικά στις τιμές των pixels και η τιμή των ροπών εξαρτάται έντονα από τις τελευταίες. Πρέπει λοιπόν να γίνει προεπεξεργασία των νέων λήψεων ώστε να αποκτήσουν ιστόγραμμα παρόμοιο με αυτό του πρωτότυπου πριν από τον υπολογισμό των ροπών. Μερικοί ερευνητές έχουν προτείνει και ροπές που παραμένουν αναλλοίωτες σε σχετικές μικρές μεταβολές της τιμής της φωτεινότητας της εικόνας.

Μεγάλη αξιοπιστία παρουσιάζει η εφαρμογή των αμετάβλητων ροπών στις δίχρωμες εικόνες καθώς δεν υπάρχει πλέον το πρόβλημα της διαφοροποίησης των τιμών των pixels από εικόνα σε εικόνα. Στο Σχ. 3.5 έχουν χρησιμοποιηθεί τρεις διαφορετικές μορφές και για κάθε μια από



'*' Μορφή 1, 'o' Μορφή 2, '+' Μορφή 3

Σχήμα 3.6. Στο διάγραμμα των τριών διαστάσεων με άξονες τις ροπές ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 , τα σημεία που αντιστοιχούν σε μορφές της ίδιας ομάδας συγκεντρώνονται σε χωριστές περιοχές του χώρου.

αυτές έχουν δημιουργηθεί μέσω μετασχηματισμών από τρία επιπλέον δείγματα. Ο Πίνακας 3.2

	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4	ϕ_5	ϕ_6	ϕ_7
1_1	1.3475	2.6950	5.2453	5.7867	12.4194	8.7738	17.1818
1_2	1.3484	2.5795	5.2552	6.9577	12.4468	8.7910	16.8590
1_3	1.3394	2.6580	5.2644	5.8879	12.3968	8.7191	16.7141
1_4	1.3461	2.5418	5.2514	7.8378	12.4565	8.7944	17.3504
2_1	1.4512	2.9024	5.0881	5.7885	12.8577	9.3444	18.3461
2_2	1.4508	2.8480	5.0858	6.2088	12.8473	9.3367	19.9007
2_3	1.4508	2.7793	5.0837	7.4375	12.8262	9.3178	17.9940
2_4	1.4518	2.8105	5.0946	6.7681	12.8880	9.3699	18.3461
3_1	1.1782	2.3564	7.6866	8.4322	18.3009	12.5315	19.4925
3_2	1.1788	2.3346	7.6671	9.3261	18.2576	12.5147	20.2194
3_3	1.1785	2.3262	7.5577	9.8481	18.0920	12.3552	21.9966
3_4	1.1775	2.3517	7.7944	8.6326	18.4781	12.6013	19.4955

Πίνακας 3.2 Η απόλυτη τιμή των λογαρίθμων των αμετάβλητων ροπών των μορφών

δίνει τις τιμές των αμετάβλητων ροπών για τις δώδεκα αυτές μορφές. Εύκολα διαπιστώνουμε ότι οι τιμές που αντιστοιχούν σε μορφές της ίδιας ομάδας παρουσιάζουν μικρές διαφορές μεταξύ τους σε σύγκριση με τις διαφορές που παρουσιάζουν όταν οι μορφές ανήκουν σε διαφορετικές ομάδες. Στο Σχ. 3.6 έχει χαραχθεί διάγραμμα τριών διαστάσεων με άξονες τις ροπές ϕ_1 , ϕ_2 , ϕ_3 . Σ' αυτό τα σημεία που αντιστοιχούν σε μορφές της ίδιας ομάδας συγκεντρώνονται σε χωριστές περιοχές του χώρου.

3.2.3 Ροπή αδράνειας μορφής ως προς άξονα και κύριοι άξονες

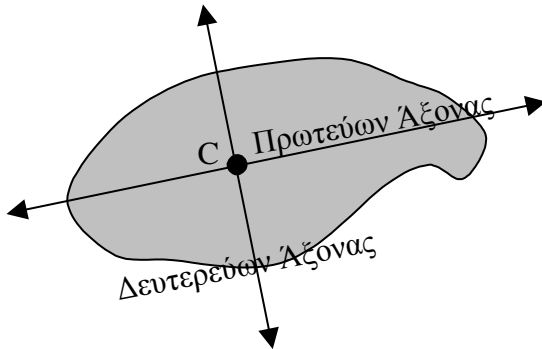
Έστω μια μορφή s με N pixels, τα P_k με συντεταγμένες (x_k, y_k) για $k=1,2,\dots,N$. Έστω επίσης μια ευθεία ε του επιπέδου και έστω d_k με $k=1,2,\dots,N$ οι αποστάσεις των pixels από την ε . Ορίζουμε ως *Ροπή αδράνειας* I_ε της μορφής s ως προς την ευθεία ε , το άθροισμα $\sum_{k=1}^N d_k^2$.

Ας θεωρήσουμε μια δέσμη ευθειών που διέρχεται από το κεντροειδές C της s και ας υπολογίσουμε της ροπή αδράνειας της s ως προς μερικές από τις ευθείες αυτές. Μια μορφή για την οποία οι ροπή αδράνειας αυτές έχουν διαφορετικές τιμές καλείται **έκκεντρος** (eccentric). Στην αντίθετη περίπτωση όταν οι ροπή αδράνειας έχουν την ίδια τιμή για οποιαδήποτε ευθεία της δέσμης η μορφή καλείται μη έκκεντρος. Για παράδειγμα μια μορφή με σχήμα κυκλικού δίσκου, ή τετραγώνου, ή ισόπλευρου τριγώνου είναι μη έκκεντρος.

Για τις έκκεντρες μορφές ισχύει το ακόλουθο θεώρημα.

Θεώρημα 3.1

Από τις ευθείες της δέσμης που έχει κέντρο το κεντροειδές μιας έκκεντρης μορφής s υπάρχει μια μόνο, η ε_B , ως προς την οποία η ροπή αδράνειας της s , I_B , λαμβάνει τη μικρότερη τιμή και μία μόνο, η ε_A , ως προς την οποία η ροπή αδράνειας της s , I_A λαμβάνει τη μεγαλύτερη. Δηλαδή για



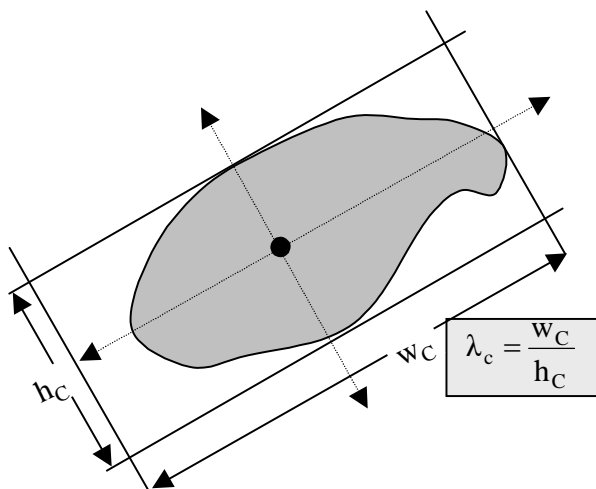
Σχήμα 3.7 Το κεντροειδές C οι κύριοι άξονες, Πρωτεύων και Δευτερεύων μιας μορφής.

κάθε ευθεία ε της δέσμης διαφορετική από την ε_B και την ε_A ισχύει: $I_B < I_\varepsilon < I_A$. Επίσης ισχύει ότι η ε_B και η ε_A είναι κάθετες μεταξύ τους.

Τις ευθείες ε_B και ε_A καλούμε **κύριους** (main) άξονες της s . Ειδικά τον πρώτο από αυτούς καλούμε **πρωτεύοντα** (major), και το δεύτερο **δευτερεύοντα** (minor). Αυτοί χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία υπογραφών περιγράμματος, (βλέπε κεφάλαιο 2), για την δημιουργία αμετάβλητων ροπών, αλλά και για τον ορισμό ενός συστήματος συντεταγμένων που εξαρτάται αποκλειστικά από την μορφή. Στο Σχ. 3.7 δίνεται το διάγραμμα μιας μορφής στην οποία έχει τοποθετηθεί το κεντροειδές και οι κύριοι άξονες.

Με βάση τους κύριους άξονες ορίζονται περιγράφοντα στοιχεία της μορφής όπως:

- Η εκκεντρότητα e της μορφής που ορίζεται από τη σχέση:



Σχήμα 3.8 Ο λόγος λ_C των διαστάσεων του ορθογωνίου που έχει πλευρές παράλληλες προς τους κύριους άξονες της μορφής αποτελεί περιγράφον στοιχείο αναλλοίωτο σε μετασχηματισμούς μεταφοράς περιστροφής και αλλαγής κλίμακας.

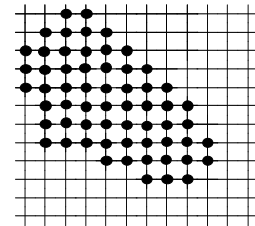
$$e = \frac{I_{\Delta} - I_{\Pi}}{I_{\Delta} + I_{\Pi}} \quad (3.8)$$

• Ο λόγος $\lambda_c = w_c/h_c$ των διαστάσεων του περιγεγραμμένου στη μορφή ορθογώνιου, του οποίου οι πλευρές είναι παράλληλες προς τους κύριους άξονες αυτής (Σχ. 3.8).

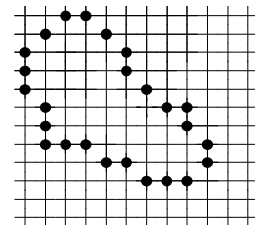
Και τα δύο πιο πάνω περιγράφοντα στοιχεία είναι αναλλοίωτα σε μετασχηματισμούς μεταφοράς περιστροφής και αλλαγής κλίμακας.

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΗΝ ΎΛΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΕΙΚΟΝΑΣ

1. Για τη μορφή του σχήματος και με βάση τον ορισμό του περιγράμματος για δίχρωμες εικόνες, σημειώστε τα σημεία του περιγράμματος για την σχέση γειτονίας των 8 διευθύνσεων.



2. Για το περίγραμμα του σχήματος υπολογίστε τον κώδικα των 8 διευθύνσεων. Από τα εξαγόμενα σας υπολογίστε τους αντίστοιχους διαφορικούς κώδικες και στη συνέχεια τις λέξεις με την μικρότερη αριθμητική αξία.



3. Να σχεδιάσετε το περίγραμμα του οποίου ο κώδικας αλύσου είναι 0071066543432

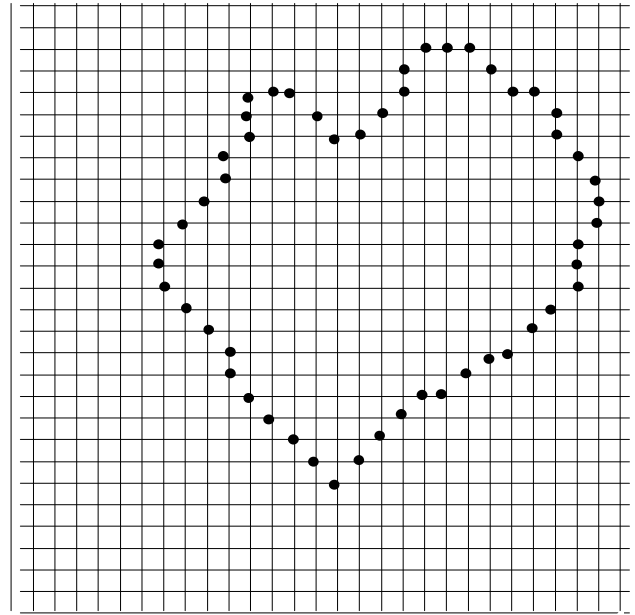
4. Χωρίς να σχεδιάσετε το αντίστοιχο περίγραμμα προσπαθήστε να ξεχωρίσετε ποιοι από τους πιο κάτω κώδικες αλύσου αντιστοιχούν σε κλειστό περίγραμμα και ποιοι όχι.

- 712311244466666
- 0665434320071
- 76664322045454333

5. Χωρίς να γίνει η ανασύσταση του περιγράμματος να υπολογίσετε σε μονάδες του πλέγματος δειγματοληψίας το μήκος του όταν ο κώδικας αλύσου είναι 701224434556710. Επίσης να υπολογίσετε τις αποστάσεις ΒΝ και ΑΔ όπου τα Α, Δ, Β, Ν είναι κατά σειράν τα ανατολικότερο, δυτικότερο, βορειότερο και νοτιότερο σημεία του περιγράμματος αυτού. Τέλος να υπολογίσετε το εμβαδόν του ίδιου σχήματος.

6. Να κωδικοποιήσετε σε διαφορικό κώδικα τους κώδικες των ασκήσεων 2 και 3.

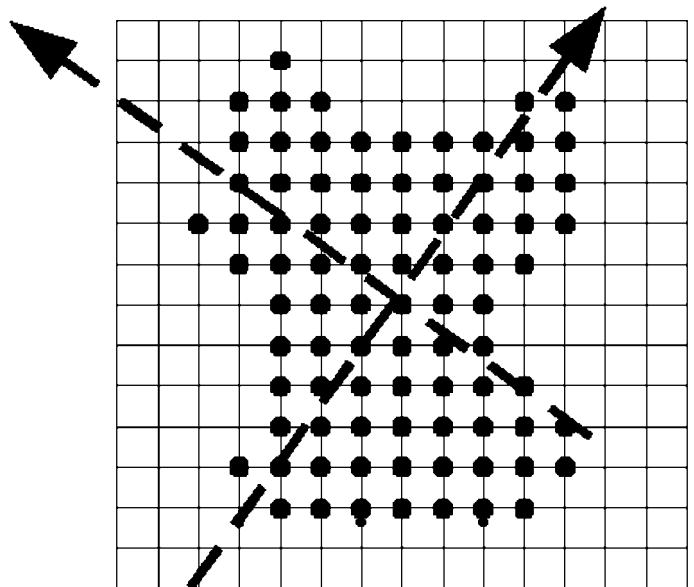
7. Να εφαρμόσετε την μέθοδο διαδοχικών υποδιαίρεσεων των τμημάτων του περιγράμματος για να προσεγγίσετε το περίγραμμα του σχήματος με ακρίβεια d ίση με 3 φορές το πλέγμα δειγματοληψίας



9. Να βρείτε τη σχέση που αποδίδει την υπογραφή του σχήματος 2.8. Επίσης να υπολογίσετε την αντίστοιχη σχέση αν το τετράγωνο αντικατασταθεί από ισοσκελές τρίγωνο, ή από κανονικό εξάπλευρο με πλευρά a , καθώς και για κύκλο ακτίνας a .

10. α) Να δώσετε το ιστόγραμμα κλίσεων για την περίπτωση ενός τετραγώνου καθώς και για έναν κύκλο. Για άξονα αναφοράς των μετρήσεων να χρησιμοποιήσετε τον πρωτεύοντα άξονα του σχήματος. β). Με ποιό τρόπο μπορείτε να πετύχετε η υπογραφή του ιστογράμματος να γίνει αναλλοίωτη στην περιστροφή και στη μεγεθυνση; (Αναφέρατε μια τουλάχιστον μέθοδο, που δεν χρησιμοποιεί τους κύριους άξονες.)

11. Για την περιοχή του σχήματος έχουν χαραχθεί ο πρωτεύων και ο δευτερεύων άξονας. Να υπολογίσετε σε μονάδες πλέγματος δειγματοληψίας το ύψος, το πλάτος και την διάμετρό του. Επίσης να υπολογίσετε τον Συντελεστή Μορφής, Τον Συντελεστή Εκκεντρότητας και τις διαστάσεις του περιγεγραμμένου τετραπλεύρου



12. Να υπολογίσετε τις ιδιοτιμές λ_a και λ_b της μήτρας συνδιασποράς C_r μιας εικόνας δύο αποχρώσεων. [Απ. $\lambda_a = 0,5 \{ c_{xx} + c_{yy} + \{ (c_{xx} - c_{yy})^2 + 4 c_{xy}^2 \}^{1/2} \}$,

$$\lambda_b = 0,5 \{ c_{xx} + c_{yy} - \{ (c_{xx} - c_{yy})^2 + 4c_{xy}^2 \}^{1/2} \} \quad]$$

13. Να υπολογίσετε τις κλίσεις l_a και l_b των ιδιοδιανυσμάτων \mathbf{r}_a και \mathbf{r}_b της μήτρας συνδιασποράς \mathbf{C}_r μιας εικόνας δύο αποχρώσεων. [Απ. Όταν $c_{xy} = c_{yx} \neq 0$ $l_a = -(c_{xx} - \lambda_a)/c_{xy}$ και $l_b = -(c_{xx} - \lambda_b)/c_{xy}$. Όταν $c_{xy} = c_{yx} = 0$ και $c_{xx} > c_{yy}$ $l_a = 0$ και $l_b = \infty$. Όταν $c_{xy} = c_{yx} = 0$ και $c_{xx} < c_{yy}$ $l_a = \infty$ και $l_b = 0$. Όταν $c_{xy} = c_{yx} = 0$ και $c_{xx} = c_{yy}$ τότε l_a και l_b είναι οποιοδήποτε πραγματικοί αριθμοί.]
Να αποδείξετε επίσης ότι $\sum x_i'^2 = N \lambda_a \geq \sum y_i'^2 = N \lambda_b$, $\sum x_i' y_i' = 0$, καθώς και ότι για τη ροπή αδράνειας $I(1)$ οποιοδήποτε άξονα που διέρχεται από το κεντροειδές και έχει κλίση l ισχύει $N \lambda_a \geq I(l) \geq N \lambda_b$. όπου N το πλήθος των σημείων του σχήματος.

14. Να αποδείξετε τις σχέσεις $\mathbf{C}_r = \mathbf{A} \mathbf{C}_r \mathbf{A}^T = \begin{vmatrix} \lambda_a & 0 \\ 0 & \lambda_b \end{vmatrix}$

15. Να δείξετε ότι $\sum |\mathbf{r}_i'|^2 = N(\lambda_a + \lambda_b)$, καθώς και ότι $\sum |\mathbf{r}_i'|^2 \leq \sum |\mathbf{r}_i|^2$

16. Να υπολογίσετε τις κεντρικές ροπές μηδενικής και πρώτης τάξεως και να αποδείξετε ότι $\mu_{00} = M$ και $\mu_{10} = \mu_{01} = 0$.

17. Να παρατηρήσετε την ομοιότητα των ροπών m_{20} , m_{02} , και m_{11} με τις παραμέτρους c_{xx} , c_{yy} , και c_{xy} της παραγράφου 1.3. Διατυπώστε τις σχέσεις και τα συμπεράσματα της παραγράφου αυτής με βάση το κέντρο μάζας. Ομοίως διατυπώστε και τις ασκήσεις 12, 13, 14 και 15.

18. Να δείξετε ότι $\phi_1 = (1/M^2) \sum |\mathbf{r}'|^2 a_{xy}$

19. Να δείξετε ότι στο ιστόγραμμα οποιασδήποτε εικόνας ισχύει $\mu_0 = 1$ και $\mu_1 = 0$.

20. Δίνεται ότι τα pixels μιας περιοχής λαμβάνουν τιμές $0, 1, 2, \dots, 255$. Η πιθανότητα εμφάνισης της τιμής v_i ($v_i = i$) είναι $p(v_i)$:

i) $p(v_i) = c_1$, ii) $p(v_i) = c_2(i - 122.5)^2$, iii) $p(v_i) = c_3[1 - (i - 122.5)^2]$, iv) $p(v_i) = c_4 i$ v) $p(v_i) = c_5(255 - i)$.

Να υπολογίσετε τις παραμέτρους των πιο πάνω παραστάσεων καθώς και την μέση τιμή, τη διασπορά και τις ροπές τρίτης και τέταρτης τάξης για κάθε ιστόγραμμα.. (Ισχύει: $1^2 + 2^2 + \dots + N^2 = N(N+1)(2N+1)/6$, $1^3 + 2^3 + \dots + N^3 = N^2(N+1)^2/4$, $1^4 + 2^4 + \dots + N^4 = N(N+1)(2N+1)(3N^2 + 3N - 1)/30$.)