



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

# ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διδάσκων: Στ. Κώτσιος

Φθινόπωρο 2023

## *ΕΡΓΑΣΙΑ 3<sup>η</sup>*

<b>ΑΜ:</b>	
<b>ΕΠΩΝΥΜΟ:</b>	
<b>ΟΝΟΜΑ:</b>	
<b>ΒΑΘΜΟΣ:</b>	

**Άσκηση 1<sup>η</sup>** : Επιλύσατε τις κάτωθι εξισώσεις διαφορών:

$$(a) \quad y_{n+1} - y_n = n^3 + 3^n$$

$$(b) \quad y_{n+3} - y_{n+2} + y_{n+1} - y_n = 2n - 1$$

$$(c) \quad y_{n+2} + y_n = \eta\mu\left(\frac{\pi}{2}n\right)$$



**Άσκηση 2:** Τριγωνικοί αριθμοί λέγονται οι αριθμοί : 1,3,6,10,15,...Αντιπροσωπεύουν το πλήθος των τελειών στα παρακάτω τρίγωνα:



Βρείτε πόσες τελείες θα υπάρχουν στο 2024οστό τρίγωνο.



**Άσκηση 3:** Επιλύσατε τις κάτωθι μη γραμμικές εξισώσεις διαφορών:

$$(a) \quad y_k + y_{k+1} = y_k y_{k+1}$$

$$(b) \quad y_{k+1}^3 = 3y_k \quad y_0 = 1$$

$$(c) \quad y_{k+1} = \sqrt{1 - y_k^2}$$



**Άσκηση 4:** Χρησιμοποιώντας το MATHEMATICA για να κάνετε τις περίπλοκες πράξεις, επιλύσατε το σύστημα:

$$\vec{x}_{n+1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \vec{x}_n + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$





**Άσκηση 5:** Ο πληθυσμός ενός βιολογικού είδους χωρίζεται σε δυο ομάδες: την ομάδα A (ανήλικα είδη) και την ομάδα B (ενήλικα είδη). Η ομάδα B μπορεί να αναπαραχθεί ενώ η ομάδα A όχι. Ο ετήσιος ρυθμός γεννήσεων είναι  $r\%$  ενώ ο ρυθμός θανάτων είναι  $a\%$  και  $b\%$  για τις ομάδες A και B αντίστοιχα. Επίσης κάθε χρόνο ποσοστό  $s\%$  «μεταφέρεται» από την ομάδα A στην B (ενηλικιώνεται). Δώσατε σύστημα εξισώσεων διαφορών που να περιγράφει την παραπάνω δημογραφική διαδικασία. Επιλύσατε το όταν:  $r=4\%$ ,  $a=1,6\%$ ,  $b=3\%$ ,  $s=8\%$  και ο αρχικός πληθυσμός της ομάδας A είναι 5 και της B, 15. Βρείτε επίσης, σε αυτή την περίπτωση, την οριακή έκβαση των πληθυσμών.



# ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗ
2. Η ΕΡΓΑΣΙΑ ΘΑ ΠΑΡΑΔΟΘΕΙ ΤΗΝ **ΗΜΕΡΑ ΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ**, ΚΑΜΙΑ ΠΑΡΑΤΑΣΗ ΔΕΝ ΘΑ ΔΟΘΕΙ
3. ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΘΑ ΛΑΒΕΙ ΧΩΡΑ ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΡΟΦΟΡΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ.
4. Η ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΘΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΘΕΙ ΑΠΟ ΤΟΝ ΤΥΠΟ

$$B = \max \left\{ \Gamma\rho, \frac{\Gamma\rho + E\rho}{2} \right\} \quad \Gamma\rho \geq 5$$

ΟΠΟΥ  $\Gamma\rho$  Ο ΒΑΘΜΟΣ ΤΩΝ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ  $E\rho$  Ο ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.

5. Η ΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΝ ΘΑ ΛΗΦΘΕΙ ΥΠΟΨΗ ΣΤΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΛΙΟΥ-ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ