



ΕΘΝΙΚΟ ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΣΧΟΛΗ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Διδάσκων: Στ. Κώτσιος

Φθινόπωρο 2023

ΕΡΓΑΣΙΑ 1^η

ΑΜ:	
ΕΠΩΝΥΜΟ:	
ΟΝΟΜΑ:	
ΒΑΘΜΟΣ:	

Άσκηση 1^η: Επιλύσατε τις διαφορικές εξισώσεις:

(a) $x^3 y' = y \ln x$

(b) $xy' = 1 - y^2$, $y(1) = 0$

Άσκηση 2: Επιλύσατε τις διαφορικές εξισώσεις:

$$(a) \quad y' = \frac{y}{x} \left(\ln \frac{y}{x} + 1 \right)$$

$$(b) \quad (1 + 3x^2y^2 + x)y' = -(y + 2xy^3) \quad , \quad y(1) = 1$$

Άσκηση 3: Επιλύσατε τις διαφορικές εξισώσεις:

(a) $xy' + (x+1)y = 1, \quad y(1) = 1$

(b) $y' + 3xy - 7xy^4 = 0$

Άσκηση 4η: Έστωσαν K το κεφάλαιο, L η εργασία και Y η παραγωγή. Ορίζουμε τις ποσότητες: $x = K/L$, $y = Y/L$. Εάν ισχύει η Διαφορική Εξίσωση:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y(1 - ay^\rho)}{x}$$

$a, \rho \neq 0$ σταθερές, δείξτε ότι:

$$Y = A[cK^{-\rho} + (1 - c)L^{-\rho}]^{-\frac{1}{\rho}}$$

A, c δύο νέες σταθερές.

Άσκηση 5^η: (α) Βρείτε τις ορθογώνιες τροχιές της οικογένειας των καμπύλων $x^2 - y^2 = cx$.
(β) Βρείτε συνάρτηση δύο μεταβλητών $f(x, y)$ η οποία ικανοποιεί την μερική διαφορική εξίσωση:

$$\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} = \rho \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$$

Άσκηση 6^η Δώσατε Εντολές MATHEMATICA

$$x^5 - 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 6x = 0.$$

1) Που να επιλύουν την εξίσωση:

2) Να υπολογίζουν τα ολοκληρώματα:

i. $\int x e^{-2x} dx.$

ii. $\int x^2 \log(x) dx.$

iii. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2(x) \cos(x) dx.$

iv. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan(x)}{\cos^2(x)} dx.$

v. $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx.$

3) Που να υπολογίζουν τις παραγώγους:

i. $\frac{d^7}{dt^7} \left(7 \sin\left(\frac{t}{3}\right) + \cos(1 - 2t) \right).$

ii. $\frac{d^2}{dx^2} (\cos^2(7x)).$

ii. $\frac{\partial^3}{\partial y \partial x^2} f$, για $f(x, y) = e^{xy}.$

4) Που να επιλύουν τις ΔΕ

i. $y''(x) + y(x) = x$.

ii. $y''(x) + y(x) = x$, με αρχικές συνθήκες $y(0) = 0$ και $y'(0) = 0$.

iii. $x'[t] = y$, $y'[t] = -x$, με αρχικές συνθήκες $x(0) = 1$ και $y(0) = 0$.

Στην περίπτωση ii) να γίνει και γραφική παράσταση της λύσης.

ΟΔΗΓΙΕΣ

1. Η ΠΑΡΑΠΑΝΩ ΕΡΓΑΣΙΑ ΕΙΝΑΙ ΠΡΟΑΙΡΕΤΙΚΗ
2. Η ΕΡΓΑΣΙΑ ΘΑ ΠΑΡΑΔΟΘΕΙ ΤΗΝ **ΤΕΤΑΡΤΗ 29 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ**, ΚΑΜΙΑ ΠΑΡΑΤΑΣΗ ΔΕΝ ΘΑ ΔΟΘΕΙ
3. ΚΑΤΑ ΤΗΝ ΠΑΡΑΔΟΣΗ ΤΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ ΘΑ ΛΑΒΕΙ ΧΩΡΑ ΣΥΝΤΟΜΗ ΠΡΟΦΟΡΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ.
4. Η ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ ΘΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΘΕΙ ΑΠΟ ΤΟΝ ΤΥΠΟ

$$B = \max \left\{ \Gamma\rho, \frac{\Gamma\rho + E\rho}{2} \right\} \quad \Gamma\rho \geq 5$$

ΟΠΟΥ $\Gamma\rho$ Ο ΒΑΘΜΟΣ ΤΩΝ ΓΡΑΠΤΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ ΚΑΙ $E\rho$ Ο ΜΕΣΟΣ ΟΡΟΣ ΤΩΝ ΕΡΓΑΣΙΩΝ.

5. Η ΕΡΓΑΣΙΑ ΔΕΝ ΘΑ ΛΗΦΘΕΙ ΥΠΟΨΗ ΣΤΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΙΟΥΛΙΟΥ-ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΥ