ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών
Θεωρίες Οικονομικής Μεγέθυνσης

Ν. Θεοχαράκης
9/3/2021

Άσκηση
Αν υποθέσουμε ότι το πρώτο κρούσμα του Covid19 ήταν την **1/12/2019**
Ο αριθμός κρουσμάτων σήμερα είναι **117,850,259**
Ο παγκόσμιος πληθυσμός είναι **7,851,000,000**

Ερώτηση
Αν ο μέσος ημερήσιος ρυθμός μεγέθυνσης των κρουσμάτων εξακολουθεί να είναι ο ίδιος, σε πόσες ημέρες θα προσβληθεί το σύνολο του πληθυσμού;

Λύση

Αν συμβολίσουμε τον αριθμό των κρουσμάτων από το πρώτο κρούσμα σε μια χρονική στιγμή t, με C_t και υποθέσουμε ότι υπάρχει ο ίδιος σταθερός ημερήσιος ρυθμός αύξησης των κρουσμάτων g, τότε ισχύει ότι $C_t = C_0 e^{gt} = e^{gt}$ εφόσον $C_0 = 1$, το πρώτο κρούσμα. Οι ημέρες που έχουν μεσολαβήσει από την 1/12/2019 έως σήμερα είναι t. Άρα $C_t = e^{gt} \Rightarrow \ln C_t = gt \Rightarrow g = \dfrac{\ln C_t}{t}$.

Αν ο συνολικός πληθυσμός είναι P, και τ είναι ο ζητούμενος αριθμός ημερών τότε έχουμε: $P = C_t e^{g\tau} \Rightarrow \ln P = \ln C_t + g\tau \Rightarrow \tau = \dfrac{\ln P - \ln C_t}{g}$

Κάνοντας τις πράξεις έχουμε

$$t = 464, \quad \ln C_t = 18{,}58492539, \quad g = 4{,}01\%, \quad \ln P = 22{,}78390675$$

$$\ln P - \ln C_t = 4{,}198981364$$

Άρα ο αριθμός των ημερών είναι $\tau = \dfrac{\ln P - \ln C_t}{t} \approx 105$

Εναλλακτικά:

$$P = C_t e^{g\tau} = e^{gt} e^{g\tau} = e^{g(t+\tau)} \Rightarrow \ln P = g(t+\tau) \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{\ln P}{g} - t = \frac{22{,}78390675}{0{,}0401} - 464 \approx 105$$