ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Θεωρία: 03

Βιολέττα Δάλλα

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Μη-γραμμικά υποδείγματα παλινδρόμησης

- Έστω συνάρτηση $f = f(X_1, ..., X_K)$ των μεταβλητών $X_1, ..., X_K$.
  - Η συνάρτηση f είναι γραμμική ως προς τις $X_1, ..., X_K$, αν για κάθε $j = 1, ..., K$ η $\frac{\partial f}{\partial X_j}$ δεν εξαρτάται από τη X_j.
  - Η συνάρτηση f είναι προσθετική ως προς τις $X_1, ..., X_K$, αν για κάθε $j = 1, ..., K$ η $\frac{\partial f}{\partial X_j}$ δεν εξαρτάται από τη X_i, για κάθε $i \neq j$, $i = 1, ..., K$.
  - Η συνάρτηση f είναι γραμμική και προσθετική ως προς τις $X_1, ..., X_K$, αν για κάθε $j = 1, ..., K$ η $\frac{\partial f}{\partial X_j}$ δεν εξαρτάται από τις $X_1, ..., X_K$.

- Π.χ. $K = 2$

(i) $f(X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial X_1} = \beta_1$ και $\frac{\partial f}{\partial X_2} = \beta_2$

Η συνάρτηση f είναι γραμμική και προσθετική ως προς τις X_1, X_2.

(ii) $f(X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1^2 + e^{\beta_2 X_2} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial X_1} = 2\beta_1 X_1$ και $\frac{\partial f}{\partial X_2} = \beta_2 e^{\beta_2 X_2}$

Η συνάρτηση f είναι μη-γραμμική και προσθετική ως προς τις X_1, X_2.

(iii) $f(X_1, X_2) = \beta_0 + \beta_1 X_1 X_2 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial X_1} = \beta_1 X_2$ και $\frac{\partial f}{\partial X_2} = \beta_1 X_1$

Η συνάρτηση f είναι γραμμική και μη-προσθετική ως προς τις X_1, X_2.

(iv) $f(X_1, X_2) = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial X_1} = \beta_0 \beta_1 X_1^{\beta_1 - 1} X_2^{\beta_2}$ και $\frac{\partial f}{\partial X_2} = \beta_0 \beta_2 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2 - 1}$

Η συνάρτηση f είναι μη-γραμμική και μη-προσθετική ως προς τις X_1, X_2.

- Το υπόδειγμα πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι γραμμικό και προσθετικό ως προς τις ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$

$$E(Y) = f(X_1, ..., X_K) = \beta_0 + \beta_1 X_1 + ... + \beta_K X_K$$

- Τα υποδείγματα πολλαπλής μη-γραμμικής παλινδρόμησης (multiple nonlinear regression models) με ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$ θεωρούν ότι η $E(Y)$ είναι μη-γραμμική ή/και μη-προσθετική συνάρτηση f ως προς τις ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$. Όταν η συνάρτηση f είναι γνωστή πέρα από κάποιους άγνωστους συντελεστές (παραμετρική συνάρτηση):
  - Υπάρχουν περιπτώσεις που το μη-γραμμικό ή/και μη-προσθετικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y με ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$

μετασχηματίζεται σε γραμμικό και προσθετικό (όχι όμως ως προς τις αρχικές ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$ και για την αρχική εξαρτημένη μεταβλητή Y). Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

- Αν δεν υπάρχει κατάλληλος μετασχηματισμός, τότε στο μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y με ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$ εφαρμόζεται η μέθοδος μη-γραμμικών ελαχίστων τετραγώνων NLS (non-linear least squares).

- Παραμετρικές συναρτήσεις f που χρησιμοποιούνται συχνά:
    - Πολυωνυμική μορφή
    - Αντίστροφη μορφή
    - Συνάρτηση σταθερών ελαστικοτήτων
    - Εκθετική μορφή
    - Λογιστική καμπύλη
    - Κατά τμήματα γραμμική

1. Πολυωνυμική μορφή

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_t^2 + ... + \beta_K X_t^K + u_t,\ t = 1, ..., T$$

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό ως προς την ερμηνευτική μεταβλητή X.

Μετασχηματίζεται σε γραμμικό και προσθετικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y με ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1^*, ..., X_K^*$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1}^* + \beta_2 X_{t2}^* + ... + \beta_K X_{tK}^* + u_t,\ t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

$$X_{tj}^* = X_t^j,\ j = 1, ..., K$$

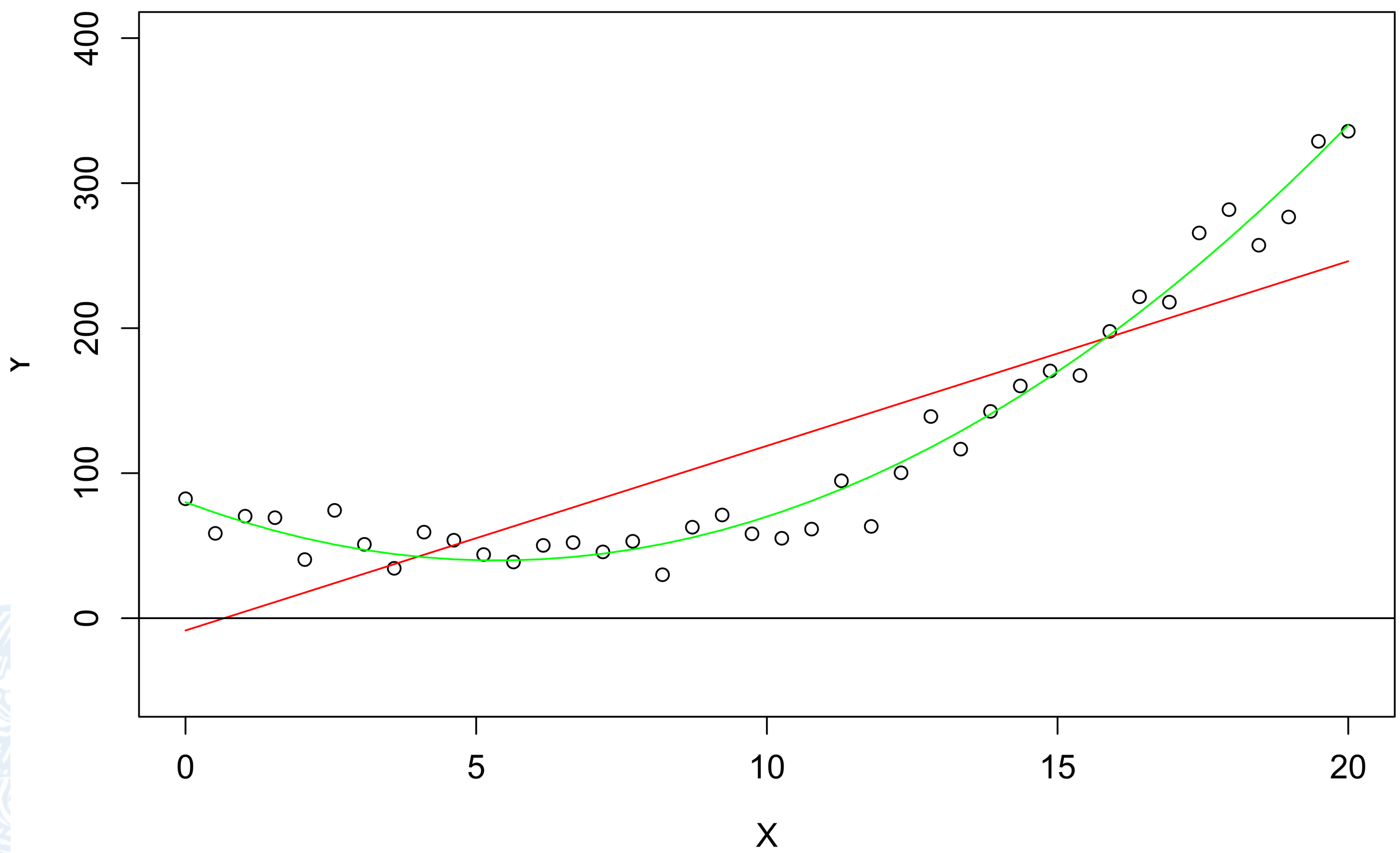
Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

π.χ. Y = οριακό κόστος, X = ποσότητα

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = 80 - 15X_t + 1,4X_t^2 + u_t$, $t = 1, ..., 40$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$

Δεδομένα, Πραγματική μη-γραμμική εξίσωση & Εκτιμώμενη γραμμή



2. Αντίστροφη μορφή

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{X_t} + u_t,\ t = 1, ..., T$$

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό ως προς την ερμηνευτική μεταβλητή X.

Μετασχηματίζεται σε γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y με ερμηνευτική μεταβλητή X^*

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t^* + u_t,\ t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

$$X_t^* = \frac{1}{X_t}$$

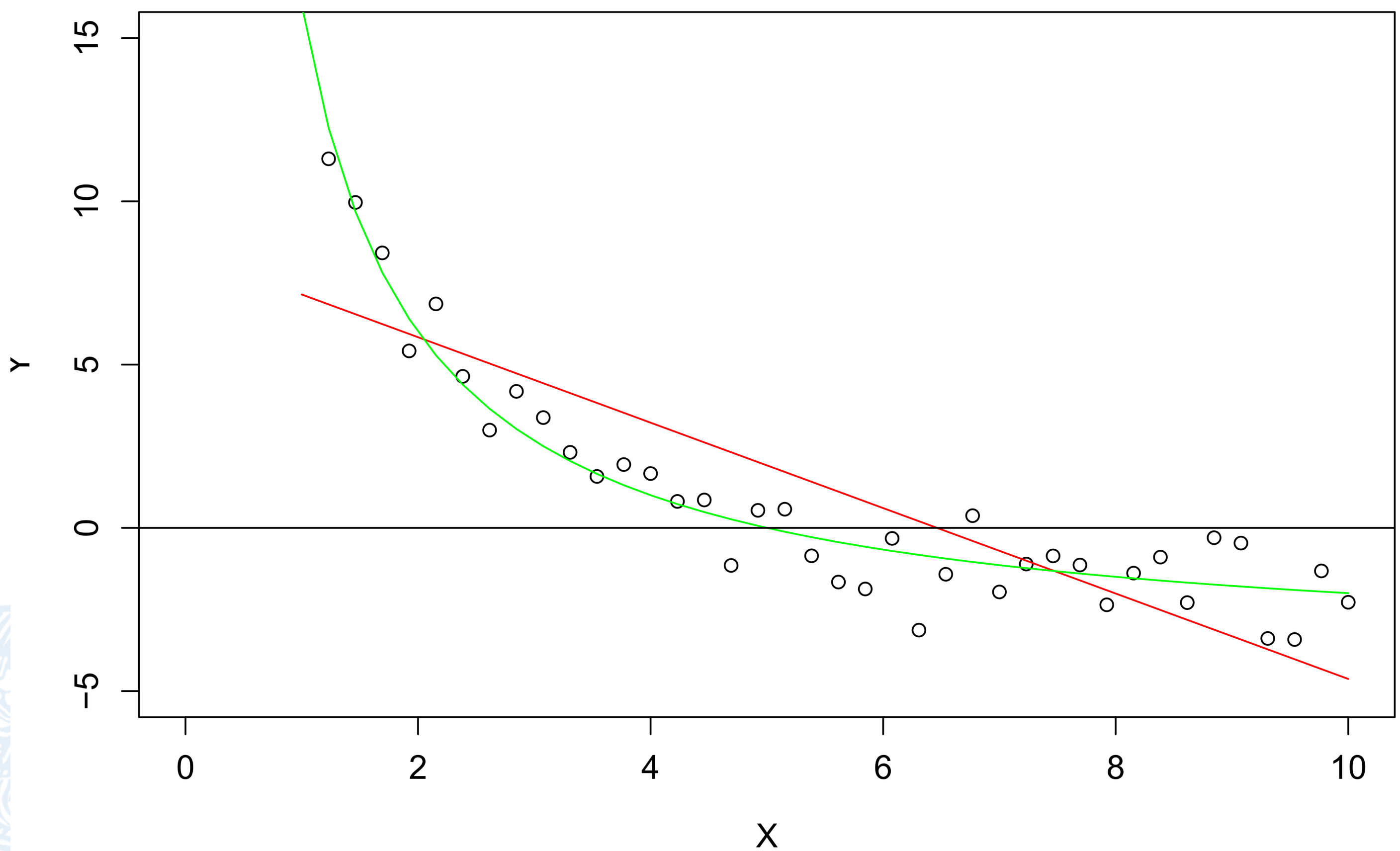
Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

π.χ. Y = πληθωρισμός, X = ανεργία

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = -4 + 20\frac{1}{X_t} + u_t$, $t = 1, ..., 40$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$

Δεδομένα, Πραγματική μη-γραμμική εξίσωση & Εκτιμώμενη γραμμή



3. Συνάρτηση σταθερών ελαστικοτήτων

$$Y_t = \beta_0 X_{t1}^{\beta_1} \cdot ... \cdot X_{tK}^{\beta_K} u_t,\ t = 1, ..., T$$

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό και μη-προσθετικό ως προς τις ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1, ..., X_K$.

Μετασχηματίζεται σε γραμμικό και προσθετικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y^* με ερμηνευτικές μεταβλητές $X_1^*, ..., X_K^*$

$$Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1 X_{t1}^* + ... + \beta_K X_{tK}^* + u_t^*,\ t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

$$Y_t^* = \ln(Y_t), \quad X_{tj}^* = \ln(X_{tj}),\ j = 1, ..., K, \quad u_t^* = \ln(u_t) \quad \text{και} \quad \beta_0^* = \ln(\beta_0)$$

Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

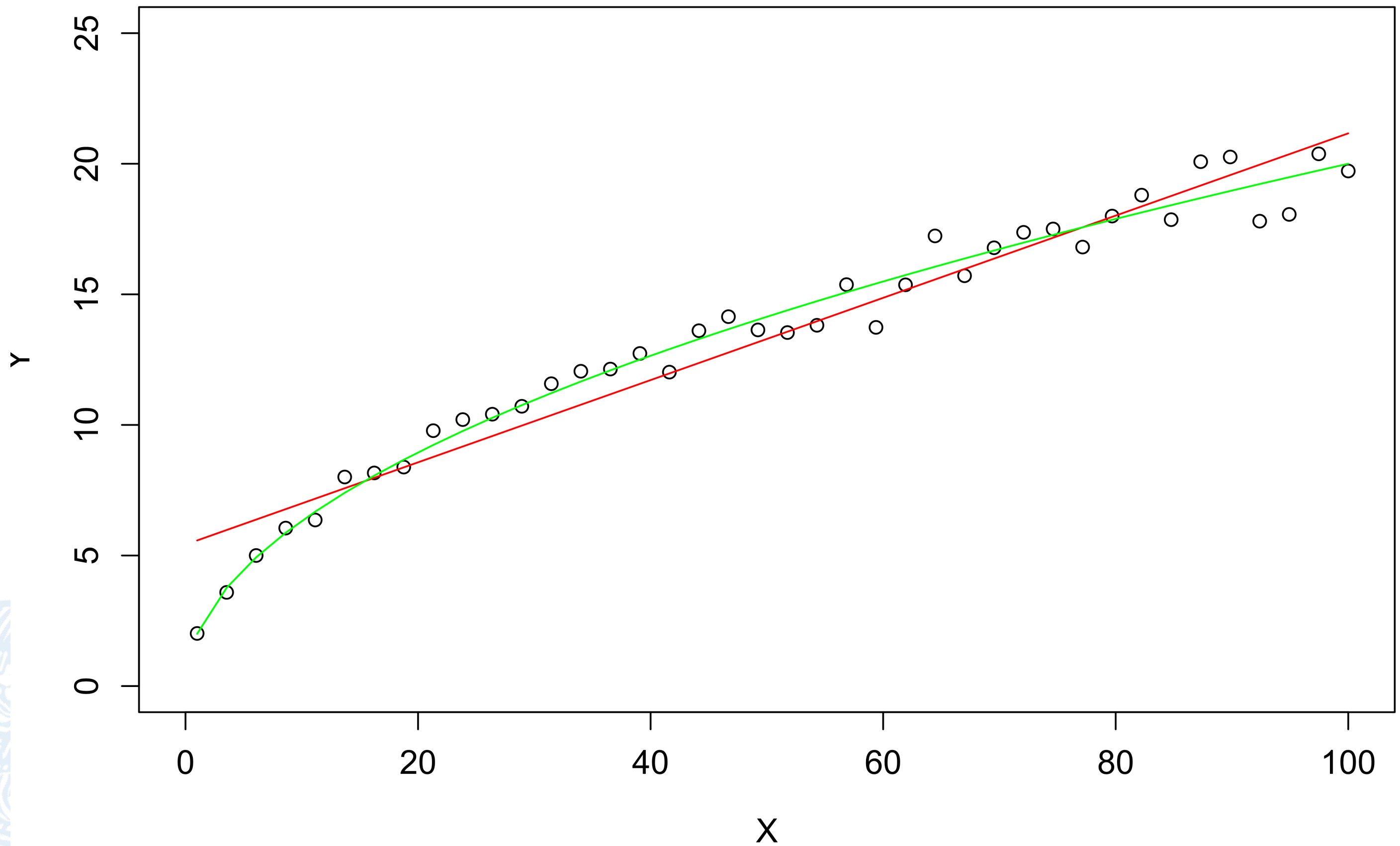
Σημείωση: Για $j = 1, ..., K$, ο συντελεστής β_j είναι η ελαστικότητα της Y ως προς τη X_j.

π.χ. Y = παραγωγή, X = κεφάλαιο

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = 2X_t^{0,5}u_t$, $t = 1, ..., 40$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$

Δεδομένα, Πραγματική μη-γραμμική εξίσωση & Εκτιμώμενη γραμμή



4. Εκθετική μορφή

$$Y_t = e^{\beta_0+\beta_1 X_t+u_t} = c_0 A^{X_t} w_t = c_0(1+r)^{X_t} w_t,\ t = 1, ..., T$$

όπου $c_0 = e^{\beta_0}$, $A = 1 + r = e^{\beta_1}$, $w_t = e^{u_t}$.

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό ως προς την ερμηνευτική μεταβλητή X.

Μετασχηματίζεται σε γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y^* με ερμηνευτική μεταβλητή X

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t,\ t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

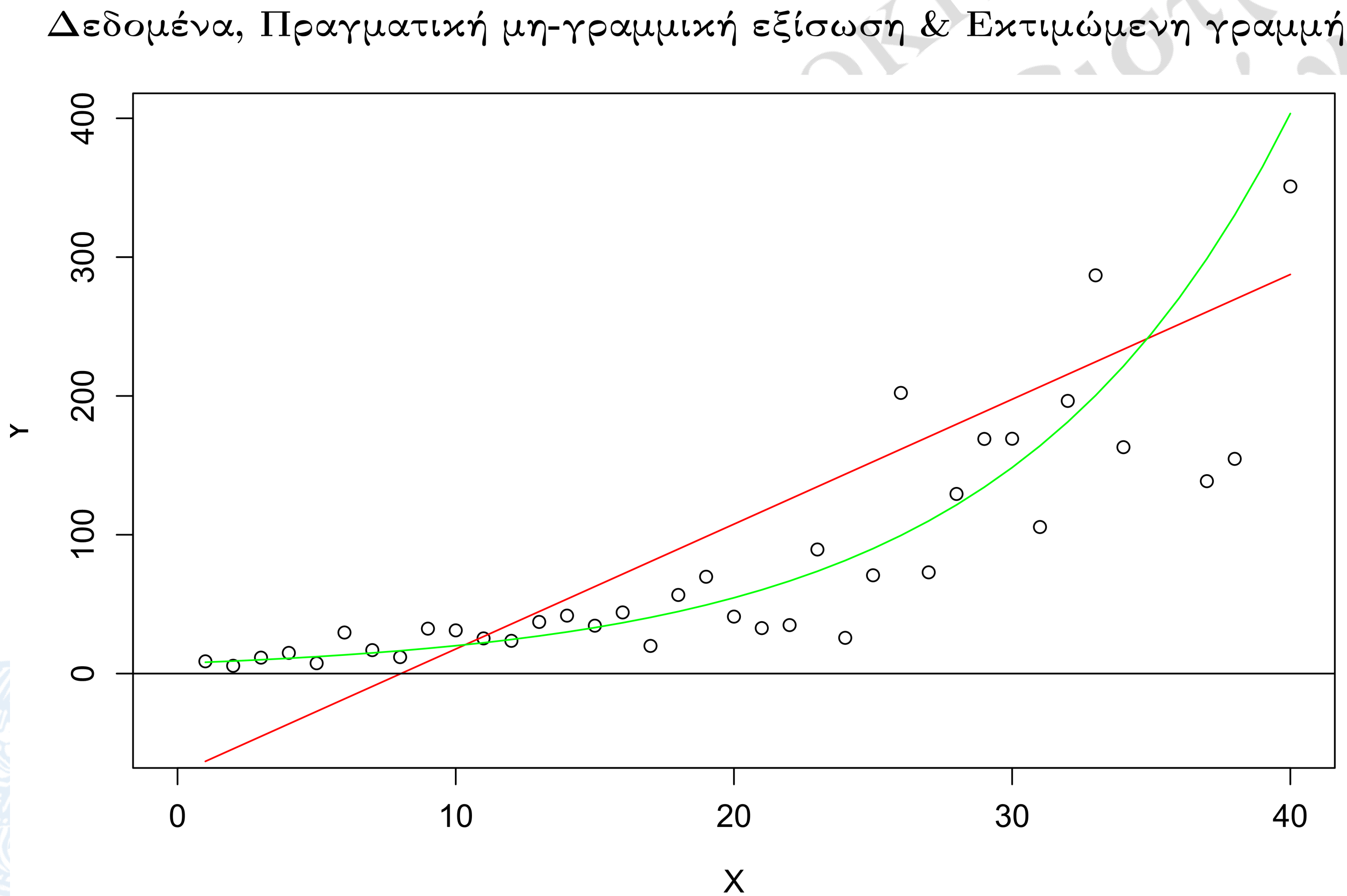
$$Y_t^* = \ln(Y_t)$$

Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

π.χ. Y = εισόδημα, X = προϋπηρεσία

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = e^{2+0,1X_t+u_t}$, $t = 1, ..., 40$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$



5. Λογιστική καμπύλη

$$Y_t = \frac{\gamma}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 X_t + u_t}}, \; t = 1, ..., T$$

όπου $\gamma > 0$ και $\beta_1 < 0$.

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό ως προς την ερμηνευτική μεταβλητή X.

Εφόσον γ είναι γνωστό, μετασχηματίζεται σε γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y^* με ερμηνευτική μεταβλητή X

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t, \; t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

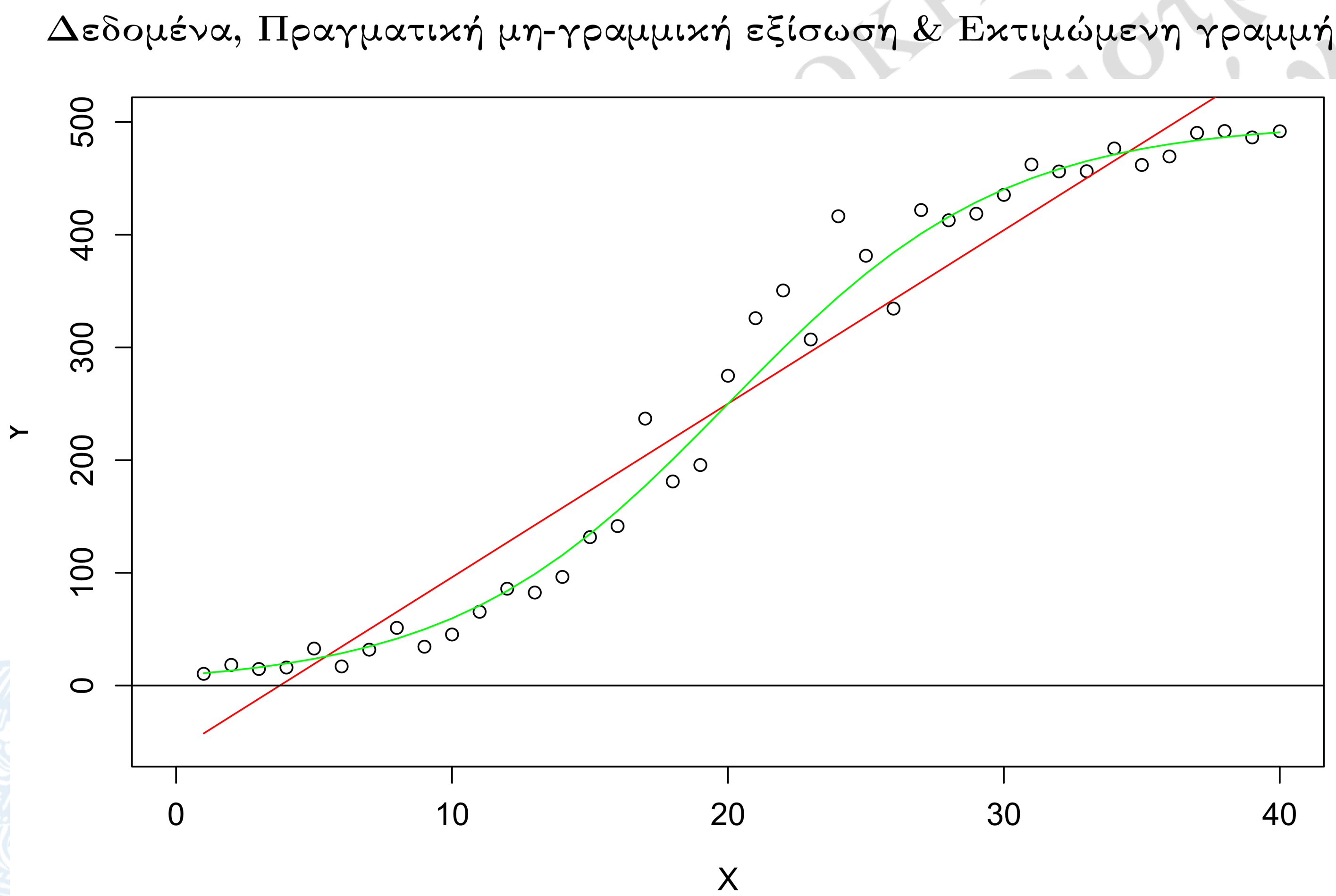
$$Y_t^* = \ln\left(\frac{\gamma}{Y_t} - 1\right)$$

Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

π.χ. Y = αριθμός χρηστών, X = χρόνος

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \frac{500}{1+e^{4-0,2X_t+u_t}}, \; t = 1, \ldots, 40$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$



6. Κατά τμήματα γραμμική

$$Y_t = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t, & t = 1, ..., T^* - 1 \\ \alpha_0 + \alpha_1 X_t + u_t, & t = T^*, ..., T \end{cases}$$

όπου T^* είναι η παρατήρηση κατά την οποία υπάρχει σπάσιμο (break) στη γραμμή της παλινδρόμησης.

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό ως προς την ερμηνευτική μεταβλητή X.

Μετασχηματίζεται σε γραμμικό και προσθετικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y με ερμηνευτικές μεταβλητές D, X, $X{\cdot}D$

$$Y_t = \beta_0 + \gamma_0 D_t + \beta_1 X_t + \delta_1 X_t{\cdot}D_t + u_t,\ t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

$$D_t = \begin{cases} 1, & t = T^*, ..., T \\ 0, & t = 1, ..., T^* - 1 \end{cases}, \quad \alpha_0 = \beta_0 + \gamma_0 \quad \text{και} \quad \alpha_1 = \beta_1 + \delta_1$$

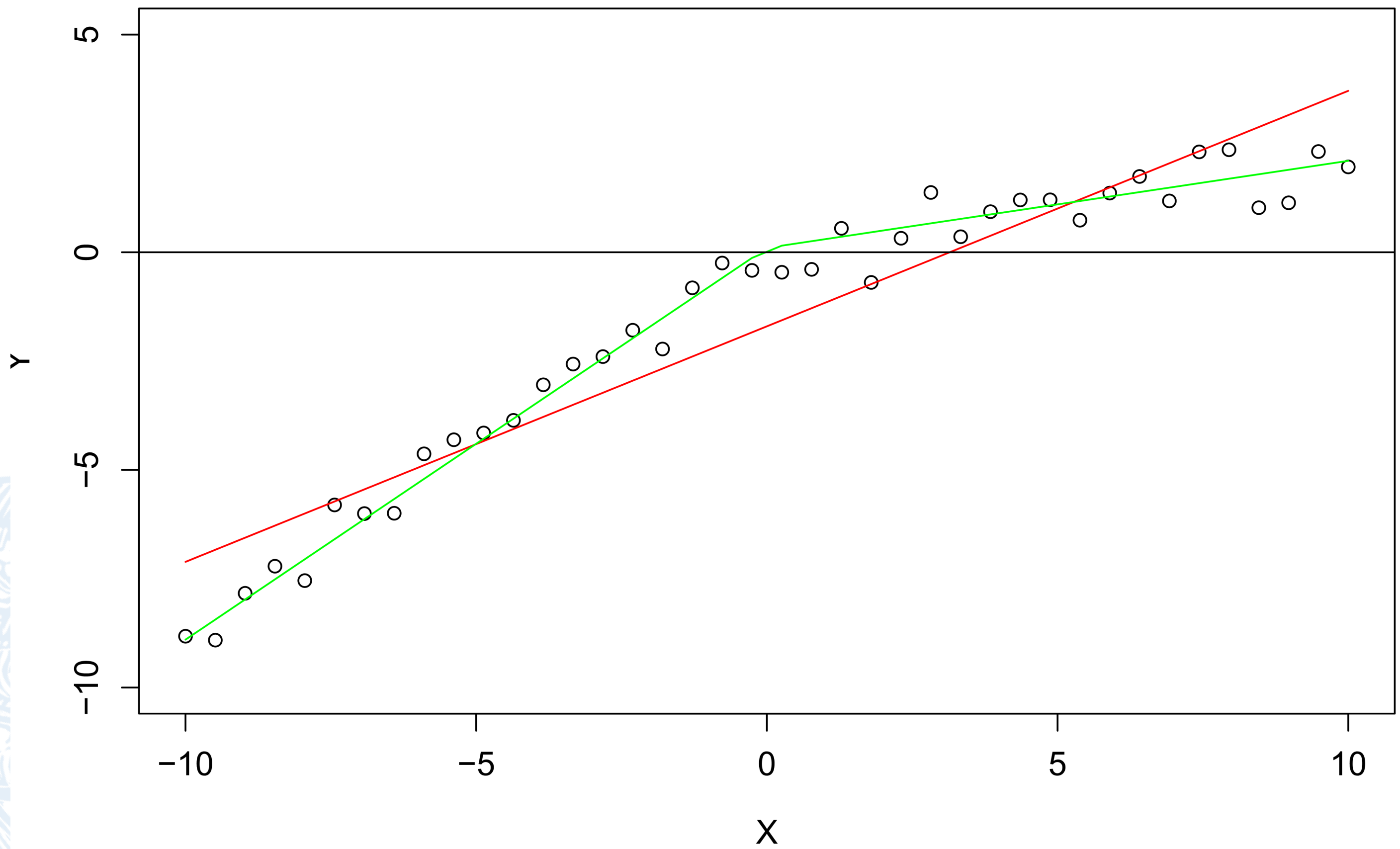
Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

π.χ. Y = ρυθμός μεταβολής ΑΕΠ, X = ρυθμός μεταβολής κυβερνητικών δαπανών

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \begin{cases} 0,1 + 0,1X_t + u_t, & t = 1, ..., 20 \\ 0,1 + 0,9X_t + u_t, & t = 21, ..., 40 \end{cases}$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$

Δεδομένα, Πραγματική μη-γραμμική εξίσωση & Εκτιμώμενη γραμμή



7. Κατά τμήματα γραμμική

$$Y_t = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t, \ \ t : X_t \leq X^* \\ \alpha_0 + \alpha_1 X_t + u_t, \ \ t : X_t > X^* \end{cases}$$

όπου X^* είναι το όριο (threshold) της ερμηνευτικής μεταβλητής X για το οποίο υπάρχει σπάσιμο στη γραμμή της παλινδρόμησης.

Το υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y είναι μη-γραμμικό ως προς την ερμηνευτική μεταβλητή X.

Μετασχηματίζεται σε γραμμικό και προσθετικό υπόδειγμα παλινδρόμησης για την εξαρτημένη μεταβλητή Y με ερμηνευτικές μεταβλητές D, X, $X{\cdot}D$

$$Y_t = \beta_0 + \gamma_0 D_t + \beta_1 X_t + \delta_1 X_t{\cdot}D_t + u_t, \ t = 1, ..., T \qquad (\star)$$

όπου

$$D_t = \begin{cases} 1, \ \ t : X_t > X^* \\ 0, \ \ t : X_t \leq X^* \end{cases}, \quad \alpha_0 = \beta_0 + \gamma_0 \quad \text{και} \quad \alpha_1 = \beta_1 + \delta_1$$

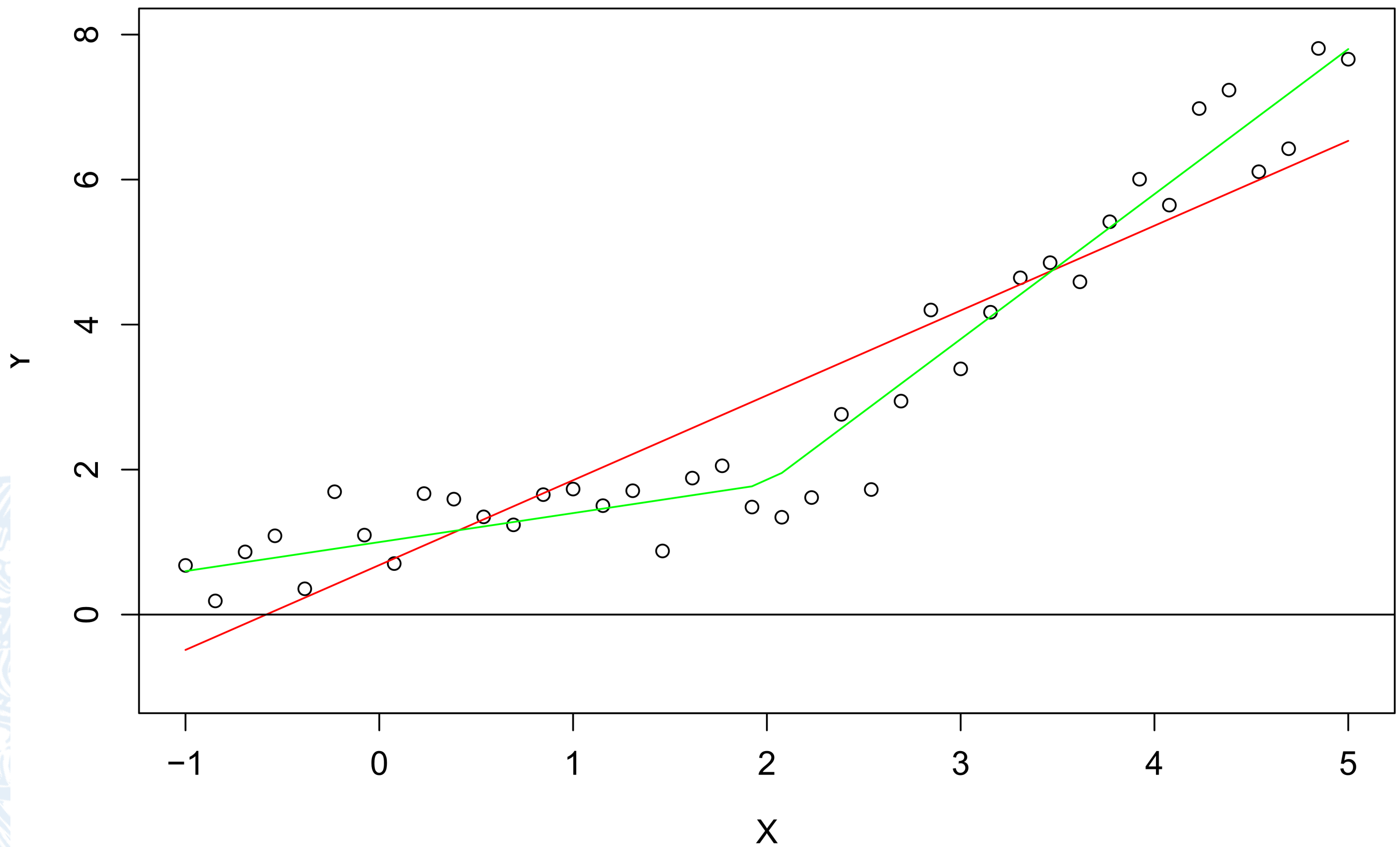
Στο μετασχηματισμένο υπόδειγμα παλινδρόμησης $(\star)$ εφαρμόζεται η μέθοδος OLS.

π.χ. Y = επιτόκιο δανεισμού, X = πληθωρισμός

Μη-γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \begin{cases} 1 + 0,4X_t + u_t, & t : X_t \leq 2 \\ -2,2 + 2X_t + u_t, & t : X_t > 2 \end{cases}$

Γραμμικό υπόδειγμα παλινδρόμησης: $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + w_t$

Δεδομένα, Πραγματική μη-γραμμική εξίσωση & Εκτιμώμενη γραμμή



Τεχνική των ψευδομεταβλητών

- Για να περιλάβουμε ποιοτικές μεταβλητές στο υπόδειγμα παλινδρόμησης χρησιμοποιούμε τις ψευδομεταβλητές (dummy variables).

- Αν η ποιοτική μεταβλητή έχει m κατηγορίες, ορίζονται m ψευδομεταβλητές $D_1, ..., D_m$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t \in \text{κατηγορία } 1 \\ 0, & t \notin \text{κατηγορία } 1 \end{cases}, ..., D_{tm} = \begin{cases} 1, & t \in \text{κατηγορία } m \\ 0, & t \notin \text{κατηγορία } m \end{cases}$$

π.χ.

- Φύλο, $m = 2$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t = \text{άνδρας} \\ 0, & t \neq \text{άνδρας} \end{cases}, \quad D_{t2} = \begin{cases} 1, & t = \text{γυναίκα} \\ 0, & t \neq \text{γυναίκα} \end{cases}$$

- Τόπος διαμονής, $m = 3$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t = \text{αστικός} \\ 0, & t \neq \text{αστικός} \end{cases}, \quad D_{t2} = \begin{cases} 1, & t = \text{ημιαστικός} \\ 0, & t \neq \text{ημιαστικός} \end{cases}, \quad D_{t3} = \begin{cases} 1, & t = \text{αγροτικός} \\ 0, & t \neq \text{αγροτικός} \end{cases}$$

- Διαχρονική επίδραση, $m = 2$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t = \text{ύφεση} \\ 0, & t \neq \text{ύφεση} \end{cases}, \quad D_{t2} = \begin{cases} 1, & t = \text{ανάπτυξη} \\ 0, & t \neq \text{ανάπτυξη} \end{cases}$$

- Εποχική επίδραση, $m = 4$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t = \text{χειμώνας} \\ 0, & t \neq \text{χειμώνας} \end{cases}, \quad D_{t2} = \begin{cases} 1, & t = \text{άνοιξη} \\ 0, & t \neq \text{άνοιξη} \end{cases},$$

$$D_{t3} = \begin{cases} 1, & t = \text{καλοκαίρι} \\ 0, & t \neq \text{καλοκαίρι} \end{cases}, \quad D_{t4} = \begin{cases} 1, & t = \text{φθινόπωρο} \\ 0, & t \neq \text{φθινόπωρο} \end{cases}$$

- Επίδραση ενός γεγονότος, $m = 2$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t = 1, ..., T^* - 1 \\ 0, & t \neq 1, ..., T^* - 1 \end{cases}, \quad D_{t2} = \begin{cases} 1, & t = T^*, ..., T \\ 0, & t \neq T^*, ..., T \end{cases}$$

- Επίδραση της τιμής μίας μεταβλητής, $m = 2$

$$D_{t1} = \begin{cases} 1, & t : X_t > X^* \\ 0, & t : X_t \leq X^* \end{cases}, \quad D_{t2} = \begin{cases} 1, & t : X_t \leq X^* \\ 0, & t : X_t > X^* \end{cases}$$

- Για κάθε ερμηνευτική μεταβλητή X_j, $j = 1, ..., K$, ορίζονται m πολλαπλασιαστικές ψευδομεταβλητές $X_j{\cdot}D_1, ..., X_j{\cdot}D_m$.

- Παγίδα των ψευδομεταβλητών (dummy variable trap):

  Αν στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (με σταθερό όρο) περιλάβουμε όλες τις m ψευδομεταβλητές, τότε η υπόθεση A.2 δεν ισχύει αφού για κάθε $t = 1, ..., T$ ισχύει ότι $D_{t1} + ... + D_{tm} = 1$. Τότε, περιλαμβάνουμε $m - 1$ ψευδομεταβλητές στο υπόδειγμα παλινδρόμηση, π.χ. $D_2, ..., D_m$.

  Αν στο υπόδειγμα παλινδρόμησης (με ερμηνευτική μεταβλητή X_j) περιλάβουμε όλες τις m πολλαπλασιαστικές ψευδομεταβλητές για την ερμηνευτική μεταβλητή X_j, τότε η υπόθεση A.2 δεν ισχύει αφού για κάθε $t = 1, ..., T$ ισχύει ότι $X_{tj}{\cdot}D_{t1} + ... + X_{tj}{\cdot}D_{tm} = X_{tj}$. Τότε, περιλαμβάνουμε $m - 1$ πολλαπλασιαστικές ψευδομεταβλητές στο υπόδειγμα παλινδρόμησης, π.χ. $X_j{\cdot}D_2, ..., X_j{\cdot}D_m$.

- Το υπόδειγμα παλινδρόμησης μπορεί να περιλαμβάνει πάνω από μία ποιοτική μεταβλητή και την αλληλεπίδραση τους.

Α. Μεταβολή στον σταθερό όρο ($m = 2$)

Περιλαμβάνουμε την ψευδομεταβλητή $D_2 = D$

$$Y_t = \beta_0 + \gamma_0 D_t + \beta_1 X_t + u_t,\ t = 1, \ldots, T \tag{1}$$

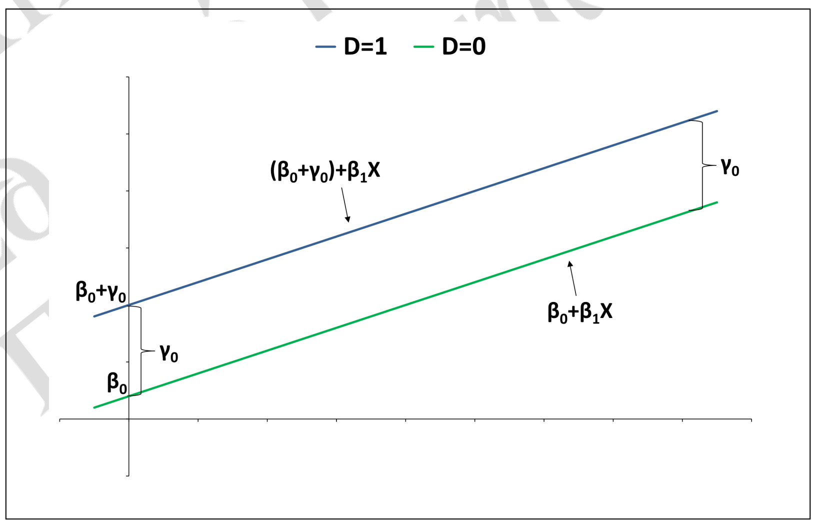
Για τις παρατηρήσεις t για τις οποίες $D_t = 0$ δίνει

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t,\ t : D_t = 0 \tag{2}$$

Για τις παρατηρήσεις t για τις οποίες $D_t = 1$ δίνει

$$Y_t = (\beta_0 + \gamma_0) + \beta_1 X_t + u_t,\ t : D_t = 1 \tag{3}$$

Πραγματικές γραμμές για κάθε κατηγορία



B. Μεταβολή στην κλίση ($m = 2$)

Περιλαμβάνουμε την πολλαπλασιαστική ψευδομεταβλητή $X \cdot D_2 = X \cdot D$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \delta_1 X_t \cdot D_t + u_t,\ t = 1, ..., T \tag{1}$$

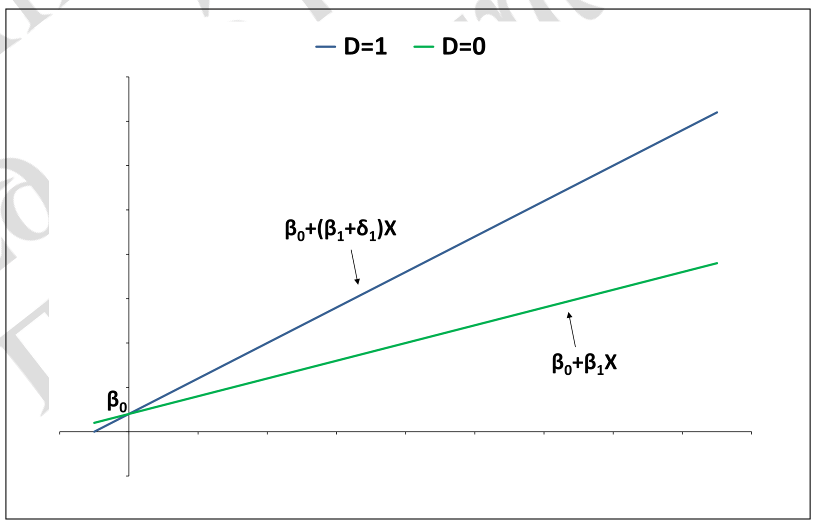
Για τις παρατηρήσεις t για τις οποίες $D_t = 0$ δίνει

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t,\ t : D_t = 0 \tag{2}$$

Για τις παρατηρήσεις t για τις οποίες $D_t = 1$ δίνει

$$Y_t = \beta_0 + (\beta_1 + \delta_1) X_t + u_t,\ t : D_t = 1 \tag{3}$$

Πραγματικές γραμμές για κάθε κατηγορία



Γ. Μεταβολή στον σταθερό όρο και στην κλίση ($m = 2$)

Περιλαμβάνουμε την ψευδομεταβλητή $D_2 = D$ και την πολλαπλασιαστική ψευδομεταβλητή $X{\cdot}D_2 = X{\cdot}D$

$$Y_t = \beta_0 + \gamma_0 D_t + \beta_1 X_t + \delta_1 X_t{\cdot}D_t + u_t,\ t = 1, \ldots, T \tag{1}$$

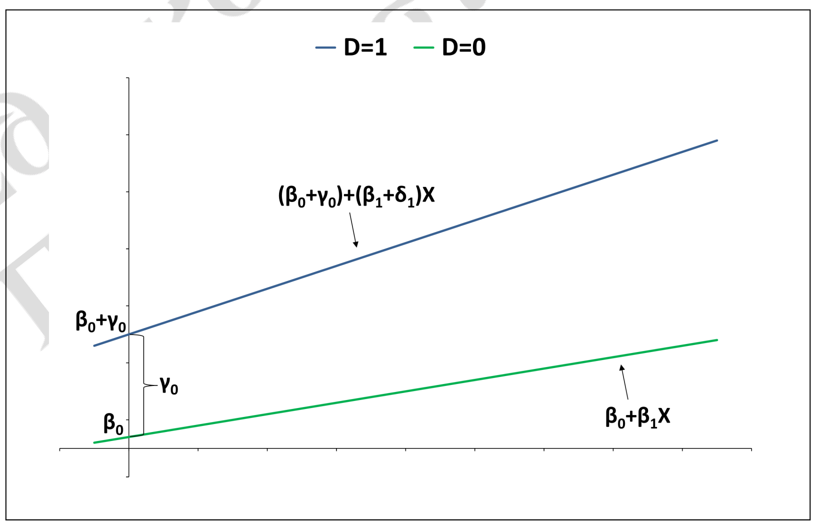
Για τις παρατηρήσεις t για τις οποίες $D_t = 0$ δίνει

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t,\ t : D_t = 0 \tag{2}$$

Για τις παρατηρήσεις t για τις οποίες $D_t = 1$ δίνει

$$Y_t = (\beta_0 + \gamma_0) + (\beta_1 + \delta_1) X_t + u_t,\ t : D_t = 1 \tag{3}$$

Πραγματικές γραμμές για κάθε κατηγορία



- Σε κάθε από τις περιπτώσεις Α-Γ, το υπόδειγμα παλινδρόμησης (1) με την ψευδομεταβλητή ή/και την πολλαπλασιαστική ψευδομεταβλητή για όλο το δείγμα είναι ισοδύναμο με τα υποδείγματα παλινδρόμησης (2)-(3) για κάθε κατηγορία της ποιοτικής μεταβλητής.

  Πλεονεκτήματα του υποδείγματος παλινδρόμησης (1) σε σχέση με τα υποδείγματα παλινδρόμησης (2)-(3)

  - Η OLS εκτίμηση είναι γενικά πιο ακριβής αφού χρησιμοποιείται μεγαλύτερο μέγεθος δείγματος.
  - Οι στατιστικοί έλεγχοι για τις διαφοροποιήσεις ανάλογα με τις κατηγορίες της ποιοτικής μεταβλητής υπολογίζονται εύκολα βάσει των t και F στατιστικών ελέγχων για τους συντελεστές των ψευδομεταβλητών και των πολλαπλασιαστικών ψευδομεταβλητών.