

# ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Θεωρία: 02

Βιολέττα Δάλλα

Τμήμα Οικονομικών Επιστημών

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών



## Στατιστικοί έλεγχοι

- $H_0$  είναι μηδενική υπόθεση (null hypothesis) και  $H_1$  είναι η εναλλακτική υπόθεση (alternative hypothesis).
- Στατιστική ελέγχου (test statistic) είναι η στατιστική (συνάρτηση των δεδομένων) βάσει της οποίας δεν απορρίπτουμε ή απορρίπτουμε την  $H_0$ .
- Κρίσιμη περιοχή (critical region) είναι η περιοχή απόρριψης της  $H_0$ .
- Σφάλμα τύπου I (type I error) έχουμε όταν ο στατιστικός έλεγχος απορρίπτει την  $H_0$ , ενώ η  $H_0$  είναι αληθής. Σφάλμα τύπου II (type II error) έχουμε όταν ο στατιστικός έλεγχος δεν απορρίπτει την  $H_0$ , ενώ η  $H_0$  δεν είναι αληθής.

|                |       | Στατιστικός έλεγχος |                |
|----------------|-------|---------------------|----------------|
|                |       | $H_0$               | $H_1$          |
| Πραγματικότητα | $H_0$ | ✓                   | Σφάλμα τύπου I |
|                | $H_1$ | Σφάλμα τύπου II     | ✓              |

- Το επίπεδο σημαντικότητας (significance level) του στατιστικού ελέγχου είναι  $\alpha = P(\text{Σφάλμα τύπου I})$ .
- Η ισχύς (power) του στατιστικού ελέγχου είναι  $1 - \beta$ , όπου  $\beta = P(\text{Σφάλμα τύπου II})$ .
- Δεν είναι δυνατό να ελαχιστοποιήσουμε συγχρόνως τα  $\alpha$  και  $\beta$ . Προκαθορίζουμε το  $\alpha$ , συνήθως  $\alpha = 0,05$ .
- Στον υπολογισμό της κρίσιμης περιοχής σε επίπεδο σημαντικότητας  $\alpha$  χρησιμοποιείται η κρίσιμη τιμή (critical value), η οποία βρίσκεται από την κατανομή της στατιστικής ελέγχου όταν η  $H_0$  είναι αληθής.
- Οι στατιστικοί έλεγχοι είναι τριών τύπων
  - LR (Likelihood ratio): απαιτεί εκτίμηση υπό την  $H_0$  και την  $H_1$ .
  - LM (Lagrange multiplier): απαιτεί εκτίμηση υπό την  $H_0$ .
  - Wald: απαιτεί εκτίμηση υπό την  $H_1$ .

## Στατιστικός έλεγχος: ένας συντελεστής παλινδρόμησης

Υποθέσεις:  $H_0 : \beta_j = \beta_j^*$  έναντι  $H_1 : \beta_j \neq \beta_j^*$  ή  $H_1' : \beta_j > \beta_j^*$  ή  $H_1'' : \beta_j < \beta_j^*$

Στατιστική ελέγχου:  $t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{s_{\hat{\beta}_j}}$

Κρίσιμη περιοχή:  $|t| > t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}}$  ( $H_1$ ) ή  $t > t_{T-K-1, \alpha}$  ( $H_1'$ ) ή  $t < -t_{T-K-1, \alpha}$  ( $H_1''$ )

- Αν οι υποθέσεις A.1-A.5 ισχύουν, τότε  $t \sim t_{T-K-1}$  όταν η  $H_0$  είναι αληθής.
- Ο στατιστικός έλεγχος είναι Wald τύπου.
- Όταν οι υποθέσεις είναι  $H_0 : \beta_j = 0$  έναντι  $H_1 : \beta_j \neq 0$ , ο στατιστικός έλεγχος είναι για τη σημαντικότητα της  $X_j$ .
- Το  $100(1 - \alpha)\%$  διάστημα εμπιστοσύνης (confidence interval) για το  $\beta_j$  είναι

$$\Delta E_{\beta_j}(100(1 - \alpha)\%) = \left[ \hat{\beta}_j \pm t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}} s_{\hat{\beta}_j} \right]$$

Π.χ. Υπόδειγμα παλινδρόμησης με  $K = 2$ :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + u_t$$

(i)  $H_0 : \beta_1 = 0$  έναντι  $H_1 : \beta_1 \neq 0$

(ii)  $H_0 : \beta_2 = 1$  έναντι  $H_1 : \beta_2 > 1$

(iii)  $H_0 : \beta_0 = -2$  έναντι  $H_1 : \beta_0 < -2$



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ  
Εθνικό και Καποδιστριακό  
Πανεπιστήμιο Αθηνών

Στατιστικός έλεγχος: σημαντικότητα του υποδείγματος παλινδρόμησης

Υποθέσεις:  $H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_K = 0$  έναντι  $H_1 : \text{τουλάχιστον ένα } \beta_j \neq 0, j = 1, \dots, K$

Στατιστική ελέγχου: 
$$F = \frac{(SST - SSE)/K}{SSE/(T - K - 1)} = \frac{R^2/K}{(1 - R^2)/(T - K - 1)}$$

Κρίσιμη περιοχή:  $F > F_{K, T - K - 1, \alpha}$

- Αν οι υποθέσεις A.1-A.5 ισχύουν, τότε  $F \sim F_{K, T - K - 1}$  όταν η  $H_0$  είναι αληθής.
- Ο στατιστικός έλεγχος βάσει των  $SSE$  είναι LR τύπου και βάσει του  $R^2$  είναι Wald τύπου.
- Όταν  $K = 1$ , για τις υποθέσεις  $H_0 : \beta_1 = 0$  έναντι  $H_1 : \beta_1 \neq 0$  ισχύει ότι  $F = t^2$  και  $F_{1, T - 2, \alpha} = t_{T - 2, \frac{\alpha}{2}}^2$ .

Π.χ. Υπόδειγμα παλινδρόμησης με  $K = 3$ :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + \beta_3 X_{t3} + u_t$$

(i)  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  έναντι  $H_1 : \text{τουλάχιστον ένα } \beta_j \neq 0, j = 1, 2, 3$

Στατιστικός έλεγχος: ένας γραμμικός περιορισμός των συντελεστών παλινδρόμησης

Υποθέσεις:  $H_0 : \delta' \beta = \pi$  έναντι  $H_1 : \delta' \beta \neq \pi$  ή  $H_1' : \delta' \beta > \pi$  ή  $H_1'' : \delta' \beta < \pi$

Στατιστική ελέγχου: 
$$t = \frac{\delta' \hat{\beta} - \pi}{s_{\delta' \hat{\beta}}} = \frac{\delta' \hat{\beta} - \pi}{\sqrt{\delta' \hat{V}(\hat{\beta}) \delta}}$$

Κρίσιμη περιοχή:  $|t| > t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}}$  ( $H_1$ ) ή  $t > t_{T-K-1, \alpha}$  ( $H_1'$ ) ή  $t < -t_{T-K-1, \alpha}$  ( $H_1''$ )

- $\delta$  διάνυσμα  $(K + 1) \times 1$  και  $\pi$  αριθμός.
- Αν οι υποθέσεις A.1-A.5 ισχύουν, τότε  $t \sim t_{T-K-1}$  όταν η  $H_0$  είναι αληθής.
- Ο στατιστικός έλεγχος είναι Wald τύπου.
- Η υπόθεση  $H_0 : \beta_j = \beta_j^*$  είναι ειδική περίπτωση.

Π.χ. Υπόδειγμα παλινδρόμησης με  $K = 2$ :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + u_t$$

(i)  $H_0 : 0, 2\beta_0 - 2\beta_1 + \beta_2 = 4$  έναντι  $H_1 : 0, 2\beta_0 - 2\beta_1 + \beta_2 \neq 4$

$$0, 2\beta_0 - 2\beta_1 + \beta_2 = 4 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0, 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = 4 \Leftrightarrow \delta' \beta = \pi, \delta = \begin{pmatrix} 0, 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, \pi = 4$$

(ii)  $H_0 : \beta_1 = 3\beta_2$  έναντι  $H_1 : \beta_1 < 3\beta_2$

$$\beta_1 = 3\beta_2 \Leftrightarrow \beta_1 - 3\beta_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow \delta' \beta = \pi, \delta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \pi = 0$$

(iii)  $H_0 : \beta_2 = 1$  έναντι  $H_1 : \beta_2 > 1$

$$\beta_2 = 1 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = 1 \Leftrightarrow \delta' \beta = \pi, \delta = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \pi = 1$$



Στατιστικός έλεγχος: ένας ή παραπάνω γραμμικούς περιορισμούς των συντελεστών παλινδρόμησης

Υποθέσεις:  $H_0 : R\beta = c$  έναντι  $H_1 : R\beta \neq c$

Στατιστική ελέγχου:  $F = \frac{(SSE_R - SSE_U)/q}{SSE_U/(T-K-1)}$

όπου  $SSE_R$  και  $SSE_U$  είναι τα  $SSE$  των υποδειγμάτων παλινδρόμησης με (restricted) και χωρίς (unrestricted) τους περιορισμούς.

Στατιστική ελέγχου:  $F = (R\hat{\beta} - c)'(R\hat{V}(\hat{\beta})R')^{-1}(R\hat{\beta} - c)/q$

Κρίσιμη περιοχή:  $F > F_{q,T-K-1,\alpha}$

- $q$  είναι ο αριθμός των γραμμικών περιορισμών.
- $R$  πίνακας  $q \times (K + 1)$  πλήρους βαθμού  $q$  (αποκλείει αντικρουόμενους και πλεονάζοντες γραμμικούς περιορισμούς) και  $c$  διάνυσμα  $q \times 1$ .
- Αν οι υποθέσεις A.1-A.5 ισχύουν, τότε  $F \sim F_{q,T-K-1}$  όταν η  $H_0$  είναι αληθής.
- Ο στατιστικός έλεγχος βάσει των  $SSE$  είναι LR τύπου και βάσει του  $\hat{\beta}$  είναι Wald τύπου.

- Η υπόθεση  $H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_K = 0$  είναι ειδική περίπτωση.
- Η υπόθεση  $H_0 : \beta_{H+1} = \dots = \beta_K = 0, H \geq 1$ , είναι ειδική περίπτωση.
- Όταν  $q = 1$ , για τις υποθέσεις  $H_0 : \delta' \beta = \pi$  έναντι  $H_1 : \delta' \beta \neq \pi$  ισχύει ότι  $F = t^2$  και  $F_{1, T-K-1, \alpha} = t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}}^2$ .

Π.χ. Υπόδειγμα παλινδρόμησης με  $K = 2$ :

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \beta_2 X_{t2} + u_t$$

(i)  $H_0 : \beta_0 = 3$  και  $\beta_1 + \beta_2 = 1$  έναντι  $H_1 : \beta_0 \neq 3$  ή/και  $\beta_1 + \beta_2 \neq 1, q = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_0 = 3 \\ \beta_1 + \beta_2 = 1 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow R\beta = c, R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(ii)  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$  έναντι  $H_1 : \beta_1 \neq 0$  ή/και  $\beta_2 \neq 0, q = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 = 0 \\ \beta_2 = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow R\beta = c, R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(iii)  $H_0 : \beta_1 = 3\beta_2$  έναντι  $H_1 : \beta_1 \neq 3\beta_2$ ,  $q = 1$

$$\beta_1 = 3\beta_2 \Leftrightarrow \beta_1 - 3\beta_2 = 0 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow R\beta = c, R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}, c = 0$$

(iv) Αντικρουόμενοι γραμμικοί περιορισμοί  $H_0 : \beta_1 + \beta_2 = 1$  και  $\beta_1 + \beta_2 = 0$ ,  $q = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 + \beta_2 = 1 \\ \beta_1 + \beta_2 = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow R\beta = c, R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ο πίνακας  $R$  δεν είναι πλήρους βαθμού,  $r(R) = 1 < q = 2$ .

(v) Πλεονάζοντες γραμμικοί περιορισμοί  $H_0 : \beta_1 + \beta_2 = 1$  και  $2\beta_1 + 2\beta_2 = 2$ ,  $q = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \beta_1 + \beta_2 = 1 \\ 2\beta_1 + 2\beta_2 = 2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow R\beta = c, R = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Ο πίνακας  $R$  δεν είναι πλήρους βαθμού,  $r(R) = 1 < q = 2$ .

## Προβλέψεις και διαστήματα προβλέψεων

- Για μία νέα παρατήρηση  $f$  έχουμε τις τιμές των ερμηνευτικών μεταβλητών  $X_{f1}, \dots, X_{fK}$  και θέλουμε να προβλέψουμε την τιμή  $Y_f$  της εξαρτημένης μεταβλητής και τη μέση τιμή της  $E(Y_f)$ .

- Η πρόβλεψη (prediction ή forecast)  $\widehat{Y}_f$  και  $\widehat{E(Y_f)}$  για την  $Y_f$  και τη  $E(Y_f)$  είναι

$$\widehat{Y}_f = \widehat{E(Y_f)} = \widehat{\beta}_0 + \widehat{\beta}_1 X_{f1} + \dots + \widehat{\beta}_K X_{fK} = X_f' \widehat{\beta}, \quad X_f = (1, X_{f1}, \dots, X_{fK})'$$

- Η διακύμανση της πρόβλεψης  $\widehat{Y}_f$  και της πρόβλεψης  $\widehat{E(Y_f)}$  είναι

$$V(\widehat{Y}_f) = \sigma^2 + X_f' V(\widehat{\beta}) X_f \quad \text{και} \quad V(\widehat{E(Y_f)}) = X_f' V(\widehat{\beta}) X_f$$

- Το τυπικό σφάλμα της πρόβλεψης  $\widehat{Y}_f$  και της πρόβλεψης  $\widehat{E(Y_f)}$  είναι

$$s_{\widehat{Y}_f} = \sqrt{\widehat{V}(\widehat{Y}_f)} = \sqrt{s^2 + X_f' \widehat{V}(\widehat{\beta}) X_f} \quad \text{και} \quad s_{\widehat{E(Y_f)}} = \sqrt{\widehat{V}(\widehat{E(Y_f)})} = \sqrt{X_f' \widehat{V}(\widehat{\beta}) X_f}$$

- Αν οι υποθέσεις A.1-A.4 ισχύουν, οι  $\widehat{Y}_f$  και  $\widehat{E(Y_f)}$  είναι άριστες γραμμικές, αμερόληπτες και συνεπείς προβλέψεις των  $Y_f$  και  $E(Y_f)$ .

- Αν οι υποθέσεις A.1-A.4 ισχύουν, οι  $\widehat{V}(\widehat{Y}_f)$  και  $\widehat{V}(\widehat{E(Y_f)})$  είναι αμερόληπτοι και συνεπείς εκτιμητές των  $V(\widehat{Y}_f)$  και  $V(\widehat{E(Y_f)})$ .
- Αν οι υποθέσεις A.1-A.5 ισχύουν, οι  $\widehat{Y}_f$  και  $\widehat{E(Y_f)}$  είναι άριστες, αμερόληπτες και συνεπείς προβλέψεις των  $Y_f$  και  $E(Y_f)$ .
- Αν οι υποθέσεις A.1-A.5 ισχύουν, το  $100(1 - \alpha)\%$  διάστημα πρόβλεψης (prediction ή forecast interval) για την  $Y_f$  και για τη  $E(Y_f)$  είναι

$$\Delta\Pi_{Y_f}(100(1 - \alpha)\%) = \left[ \widehat{Y}_f \pm t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}} s_{\widehat{Y}_f} \right]$$

και

$$\Delta\Pi_{E(Y_f)}(100(1 - \alpha)\%) = \left[ \widehat{E(Y_f)} \pm t_{T-K-1, \frac{\alpha}{2}} s_{\widehat{E(Y_f)}} \right]$$



## Αλλαγές στις μονάδες μέτρησης

- Υπόδειγμα παλινδρόμησης:

$$Y = X\beta + u \quad \text{ή} \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t1} + \dots + \beta_K X_{tK} + u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

- Έστω ότι οι μεταβλητές αλλάζουν μονάδες μέτρησης:  $Y^* = \lambda_Y Y$  και  $X_j^* = \lambda_j X_j$ ,  $j = 1, \dots, K$ .
- Υπόδειγμα παλινδρόμησης με τις αλλαγές στις μονάδες μέτρησης:

$$Y^* = X^* \beta^* + u^* \quad \text{ή} \quad Y_t^* = \beta_0^* + \beta_1^* X_{t1}^* + \dots + \beta_K^* X_{tK}^* + u_t^*, \quad t = 1, \dots, T$$

- Για τους OLS εκτιμητές των  $\beta_0^*, \beta_1^*, \dots, \beta_K^*$  ισχύει ότι

$$\hat{\beta}_0^* = \lambda_Y \hat{\beta}_0 \quad \text{και} \quad \hat{\beta}_j^* = \frac{\lambda_Y}{\lambda_j} \hat{\beta}_j, \quad j = 1, \dots, K$$

- Για τον OLS εκτιμητή του  $\sigma^{2*}$  και των τυπικών σφαλμάτων των  $\hat{\beta}_0^*, \hat{\beta}_1^*, \dots, \hat{\beta}_K^*$  ισχύει ότι

$$s^{2*} = \lambda_Y^2 s^2, \quad s_{\hat{\beta}_0^*} = \lambda_Y s_{\hat{\beta}_0} \quad \text{και} \quad s_{\hat{\beta}_j^*} = \frac{\lambda_Y}{\lambda_j} s_{\hat{\beta}_j}, \quad j = 1, \dots, K$$

- Για τα  $100(1 - \alpha)\%$  διάστημα εμπιστοσύνης για τα  $\beta_0^*, \beta_1^*, \dots, \beta_K^*$  ισχύει ότι

$$\Delta E_{\beta_0^*}(100(1 - \alpha)\%) = \lambda_Y \Delta E_{\beta_0}(100(1 - \alpha)\%)$$

και

$$\Delta E_{\beta_j^*}(100(1 - \alpha)\%) = \frac{\lambda_Y}{\lambda_j} \Delta E_{\beta_j}(100(1 - \alpha)\%), \quad j = 1, \dots, K$$

- Για την πρόβλεψη και το  $100(1 - \alpha)\%$  διάστημα πρόβλεψης για την  $Y_f^*$  ισχύει ότι

$$\widehat{Y}_f^* = \lambda_Y \widehat{Y}_f \quad \text{και} \quad \Delta \Pi_{Y_f^*}(100(1 - \alpha)\%) = \lambda_Y \Delta \Pi_{Y_f}(100(1 - \alpha)\%)$$

Για την πρόβλεψη και το  $100(1 - \alpha)\%$  διάστημα πρόβλεψης για την  $E(Y_f^*)$  ισχύει ότι

$$\widehat{E(Y_f^*)} = \lambda_Y \widehat{E(Y_f)} \quad \text{και} \quad \Delta \Pi_{E(Y_f^*)}(100(1 - \alpha)\%) = \lambda_Y \Delta \Pi_{E(Y_f)}(100(1 - \alpha)\%)$$

- Οι στατιστικές ελέγχου, ο συντελεστής προσδιορισμού και ο διορθωμένος συντελεστής προσδιορισμού δεν μεταβάλλονται.

## Παράρτημα

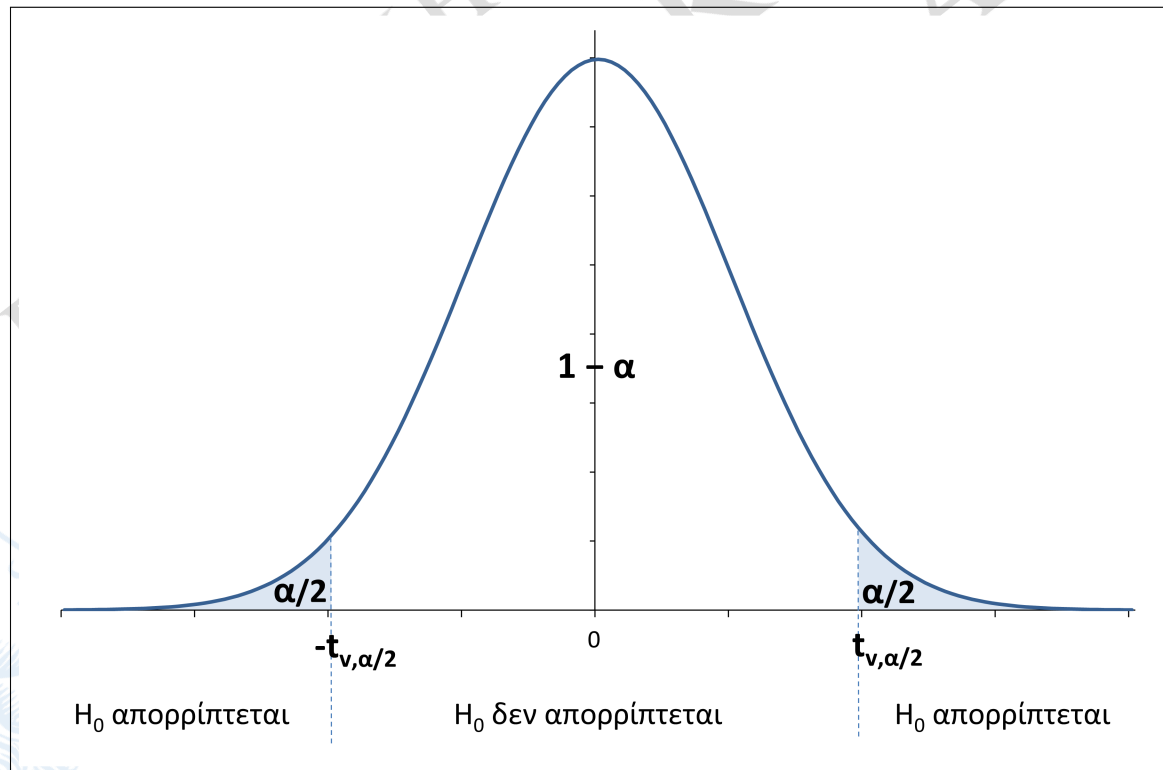
Στατιστικός έλεγχος  $t$

Υποθέσεις:  $H_0 : \beta_j = \beta_j^*$  έναντι  $H_1 : \beta_j \neq \beta_j^*$

Στατιστική ελέγχου:  $t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{s_{\hat{\beta}_j}}$

Κρίσιμη περιοχή:  $|t| > t_{v, \frac{\alpha}{2}}$ ,  $v = T - K - 1$

Σ.Π.Π. της στατιστικής ελέγχου  $t$  όταν  $H_0$  αληθής





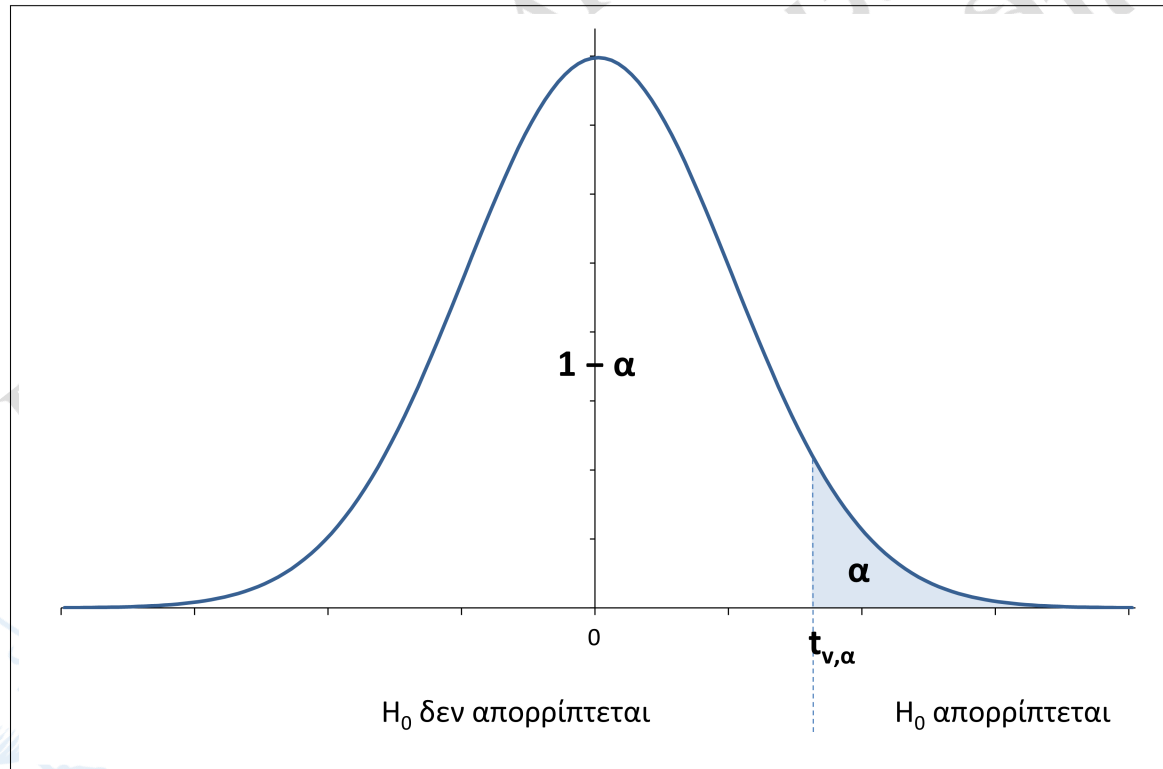
Στατιστικός έλεγχος  $t$

Υποθέσεις:  $H_0 : \beta_j = \beta_j^*$  έναντι  $H_1 : \beta_j > \beta_j^*$

Στατιστική ελέγχου:  $t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{s_{\hat{\beta}_j}}$

Κρίσιμη περιοχή:  $t > t_{v,\alpha}$ ,  $v = T - K - 1$

Σ.Π.Π. της στατιστικής ελέγχου  $t$  όταν  $H_0$  αληθής



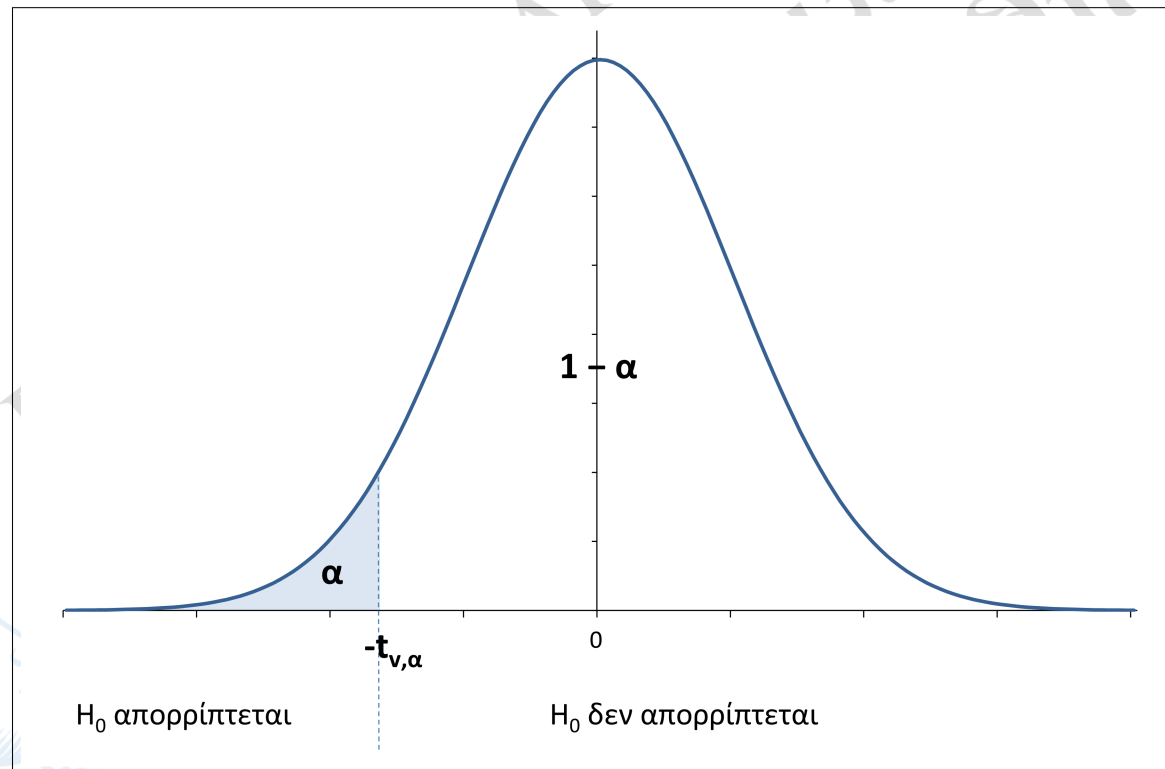
Στατιστικός έλεγχος  $t$

Υποθέσεις:  $H_0 : \beta_j = \beta_j^*$  έναντι  $H_1 : \beta_j < \beta_j^*$

Στατιστική ελέγχου:  $t = \frac{\hat{\beta}_j - \beta_j^*}{s_{\hat{\beta}_j}}$

Κρίσιμη περιοχή:  $t < -t_{v,\alpha}$ ,  $v = T - K - 1$

Σ.Π.Π. της στατιστικής ελέγχου  $t$  όταν  $H_0$  αληθής



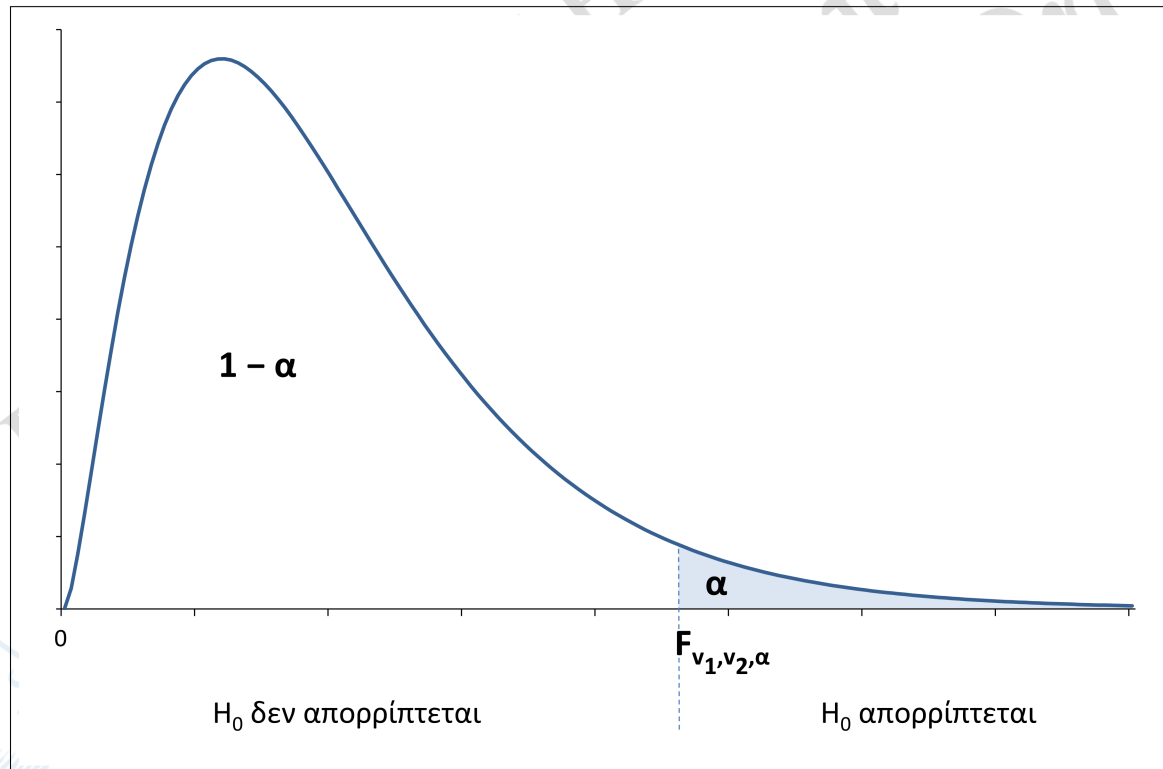
## Στατιστικός έλεγχος $F$

Υποθέσεις:  $H_0 : \beta_1 = \dots = \beta_K = 0$  έναντι  $H_1 : \text{τουλάχιστον ένα } \beta_j \neq 0, j = 1, \dots, K$

Στατιστική ελέγχου:  $F = \frac{R^2/K}{(1-R^2)/(T-K-1)}$

Κρίσιμη περιοχή:  $F > F_{v_1, v_2, \alpha}, v_1 = K, v_2 = T - K - 1$

Σ.Π.Π. της στατιστικής ελέγχου  $F$  όταν  $H_0$  αληθής



Σημείωση: Σ.Π.Π. = συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας