

**ΘΕΜΑ 1**

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad P_t = \beta_0 + \beta_1 E_t + \beta_2 H_t + u_t$$

όπου  $P$  είναι η τιμή του διαμερίσματος (σε χιλιάδες €),  $E$  είναι το εμβαδόν (σε τετραγωνικά μέτρα) και  $H$  είναι η ηλικία (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 51 διαμερισμάτων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad SST = 60, \quad SSR = 36$$

- α)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.
- β)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.
- γ)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για τη μέση τιμή διαμερισμάτων με εμβαδόν 40 τετραγωνικά μέτρα και ηλικία 2 έτη.
- δ)** (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά ότι η επίδραση της ηλικίας στην τιμή είναι αρνητική. ( $\alpha=0,05$ ).
- ε)** (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι ο ερευνητής θέλει να εξετάσει αν η επίδραση του εμβαδού στην τιμή είναι μεγαλύτερη όταν το διαμέρισμα έχει μόνωση σε σχέση με όταν δεν έχει μόνωση. Με τη βοήθεια ψευδομεταβλητών, να περιγράψετε τη διαδικασία ελέγχου της εν λόγω υπόθεσης. ( $\alpha=0,05$ ).

**ΘΕΜΑ 2**

Έστω ότι εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 51 μηνών

$$(1) \quad \hat{S}_t = \underset{(0,5)}{0,9} + \underset{(0,1)}{0,7} S_{t-1} - \underset{(0,4)}{4,8} P_t + \underset{(0,3)}{5,4} E_t, \quad SST = 8, \quad SSR = 3,3$$

όπου  $S$  είναι οι πωλήσεις παγωτού (σε κιλά),  $P$  είναι η τιμή του παγωτού (σε €/κιλό),  $E$  είναι το εισόδημα (σε χιλιάδες €) και οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα.

- α)** (βαθμοί: 1) Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές κλίσης της τιμής του παγωτού και του εισοδήματος. Ποια είναι η πρόβλεψη για τις πωλήσεις όταν οι πωλήσεις του προηγούμενου μήνα είναι 50 κιλά, η τιμή του παγωτού είναι 2€/κιλό και το εισόδημα είναι 750€;
- β)** (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι με βάση το ίδιο δείγμα εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση:

$$(2) \quad \hat{S}_t^* = \underset{(0,1)}{2,7} P_t, \quad SSE = 5,9$$

όπου  $S_t^* = S_t - 0,8S_{t-1}$ ,  $P_t = -2P_t + E_t$  και ο αριθμός σε ( ) είναι τυπικό σφάλμα.

Ποια υπόθεση μπορεί να ελεγχθεί με βάση τις παλινδρομήσεις (1) και (2); Να γίνει ο σχετικός στατιστικός έλεγχος. ( $\alpha=0,05$ ).

- γ)** (βαθμοί: 2) Για τα κατάλοιπα  $\hat{u}$  του υποδείγματος (1) βρέθηκαν τα αποτελέσματα

$$(3) \quad \hat{u}_t^2 = 0,5 + 0,02S_{t-1} + 0,01P_{t-1}, \quad R^2 = 0,1$$

$$(4) \quad \hat{u}_t = 0,03 + 0,01S_{t-1} + 0,04P_t - 0,03E_t + 0,28\hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,3$$

Ποιες υποθέσεις μπορούν να ελεγχθούν με βάση τα υποδείγματα (3) και (4); Να γίνουν οι σχετικοί στατιστικοί έλεγχοι. ( $\alpha=0,05$ ). Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών της (1); Ποιες είναι οι συνέπειες στην πρόβλεψη του ερωτήματος α) και στον έλεγχο του ερωτήματος β); Αιτιολογήστε.

δ) (βαθμοί: 1) Έστω τώρα ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι  $u_t = 0,3u_{t-1} + \eta_t$ , όπου  $u$  είναι τα σφάλματα του υποδείματος (1) και  $\eta$  είναι μία τυχαία μεταβλητή με  $E(\eta_t) = 0$ ,  $V(\eta_t) = \sigma_\eta^2$  και  $Cov(\eta_t, \eta_s) = 0$  για κάθε  $t, s$ ,  $t \neq s$ . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη συνεπή εκτίμηση των συντελεστών του υποδείματος (1). Αιτιολογήστε.

### ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι η προσδοκώμενη τιμή  $C^*$  της κατανάλωσης  $C$  καθορίζεται από το υπόδειγμα

$$C_t^* = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 Y_{t-1} + u_t$$

όπου  $Y$  είναι το εισόδημα. Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής προσαρμογής ισχύει ότι

$$C_t - C_{t-1} = \gamma(C_t^* - C_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 48 μηνών

$$(1) \quad \hat{C}_t = \underset{(0,05)}{1,35} + \underset{(0,06)}{0,36}Y_t + \underset{(0,02)}{0,24}Y_{t-1} + \underset{(0,01)}{0,25}C_{t-1}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τα τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2,5) **i)** Να υπολογισθεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής  $\gamma$  και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μικρότερος του 0,8. ( $\alpha=0,05$ ). **ii)** Να υπολογισθούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της κατανάλωσης ως προς το εισόδημα.

β) (βαθμοί: 2,5) Δίνεται ότι

$$(2) \quad I_t = \delta_0 + \delta_1 I_{t-1} + \delta_2 Y_t + \omega_t$$

$$(3) \quad Y_t = C_t + I_t + G_t$$

όπου  $I$  είναι η επένδυση,  $G$  είναι οι κυβερνητικές δαπάνες και τα σφάλματα  $u$  και  $\omega$  είναι ταυτόχρονα ασυσχέιστα. Τι συμπεράσματα προκύπτουν για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών στις (1) και (2); Να επιλεγεί μέθοδος για τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των συντελεστών στις (1), (2) και (3). Αιτιολογήστε.

Δίνεται ότι:  $Z_{0,05}=1,645$ ,  $Z_{0,025}=1,96$ ,  $t_{15,0,05}=1,753$ ,  $t_{15,0,025}=2,131$ ,  $t_{16,0,05}=1,746$ ,  $t_{16,0,025}=2,120$ ,  $t_{17,0,05}=1,74$ ,  $t_{17,0,025}=2,11$ ,  $t_{18,0,05}=1,734$ ,  $t_{18,0,025}=2,101$ ,  $t_{19,0,05}=1,729$ ,  $t_{19,0,025}=2,093$ ,  $t_{20,0,05}=1,725$ ,  $t_{20,0,025}=2,086$ ,  $t_{21,0,05}=1,721$ ,  $t_{21,0,025}=2,08$ ,  $t_{22,0,05}=1,717$ ,  $t_{22,0,025}=2,074$ ,  $F_{1,15,0,05}=4,543$ ,  $F_{1,16,0,05}=4,494$ ,  $F_{1,17,0,05}=4,451$ ,  $F_{1,18,0,05}=4,414$ ,  $F_{1,19,0,05}=4,381$ ,  $F_{1,20,0,05}=4,351$ ,  $F_{1,21,0,05}=4,325$ ,  $F_{1,22,0,05}=4,301$ ,  $F_{2,15,0,05}=3,682$ ,  $F_{2,16,0,05}=3,634$ ,  $F_{2,17,0,05}=3,592$ ,  $F_{2,18,0,05}=3,555$ ,  $F_{2,19,0,05}=3,522$ ,  $F_{2,20,0,05}=3,493$ ,  $F_{2,21,0,05}=3,467$ ,  $F_{2,22,0,05}=3,443$ ,  $F_{3,15,0,05}=3,287$ ,  $F_{3,16,0,05}=3,239$ ,  $F_{3,17,0,05}=3,197$ ,  $F_{3,18,0,05}=3,16$ ,  $F_{3,19,0,05}=3,127$ ,  $F_{3,20,0,05}=3,098$ ,  $F_{3,21,0,05}=3,072$ ,  $F_{3,22,0,05}=3,049$ ,  $F_{1,47,0,05}=4,047$ ,  $F_{1,48,0,05}=4,043$ ,  $F_{1,49,0,05}=4,038$ ,  $F_{1,50,0,05}=4,034$ ,  $F_{2,47,0,05}=3,195$ ,  $F_{2,48,0,05}=3,191$ ,  $F_{2,49,0,05}=3,187$ ,  $F_{2,50,0,05}=3,183$ ,  $F_{3,47,0,05}=2,802$ ,  $F_{3,48,0,05}=2,798$ ,  $F_{3,49,0,05}=2,794$ ,  $F_{3,50,0,05}=2,790$ ,  $\chi^2_{1,0,05}=3,841$ ,  $\chi^2_{2,0,05}=5,991$ ,  $\chi^2_{3,0,05}=7,815$ ,  $\chi^2_{4,0,05}=9,488$ ,  $\chi^2_{5,0,05}=11,07$ ,  $\chi^2_{6,0,05}=12,592$ ,  $d_{L,0,05}=1,462$ ,  $d_{U,0,05}=1,628$ .

Συμβολισμός:  $SST$ =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων,  $SSR$ =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης,  $SSE$ =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.