

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_t = \beta_0 + \gamma_0 M_t + \beta_1 S_t + \gamma_1 (S_t \cdot M_t) + u_t$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε €), M είναι το φύλο (με $M_t = 1$ αν το t άτομο είναι άνδρας και $M_t = 0$ αλλού) και S είναι η εκπαίδευση (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 24 ατόμων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0,5 & 0 \\ 0 & 1,5 & 0 & -0,5 \\ 0,5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,5 & 0 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad R^2 = 0,6, \quad SSR = 3$$

- α)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Η πρόβλεψη για το ωρομίσθιο είναι υψηλότερη για έναν άνδρα με 4 έτη εκπαίδευσης ή για μία γυναίκα με 6 έτη εκπαίδευσης;
- β)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.
- γ)** (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά η σημαντικότητα του υποδείγματος (1). ($\alpha=0,05$).
- δ)** (βαθμοί: 1) Να ελεγχθεί στατιστικά αν το μέσο ωρομίσθιο των γυναικών είναι μεγαλύτερο των 2€ όταν η εκπαίδευση είναι 5 έτη. ($\alpha=0,05$).
- ε)** (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι η διακύμανση των σφαλμάτων $V(u_t)$ για τις γυναίκες είναι διπλάσια σε σχέση με τους άνδρες. Ποιές είναι οι συνέπειες στους στατιστικούς ελέγχους των ερωτημάτων γ) και δ); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη διενέργεια στατιστικών ελέγχων στο υπόδειγμα (1) ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 2

Έστω ότι το επιθυμητό επίπεδο Y^* της Y προσδιορίζεται από το υπόδειγμα

$$Y_t^* = \delta_0 + \delta_1 X_t + \varepsilon_t$$

Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής αναπροσαρμογής ισχύει

$$Y_t - Y_{t-1} = \gamma(Y_t^* - Y_{t-1})$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS:

$$(1) \quad \hat{Y}_t = 0,2 + 0,12Y_{t-1} - 0,25X_t, \quad T = 51, R^2 = 0,4, SST = 8$$

(0,05) (0,04) (0,02)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τα τυπικά σφάλματα.

- α)** (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η τιμή του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μικρότερος του 1. ($\alpha=0,05$).
- β)** (βαθμοί: 2) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκαν οι ακόλουθες παλινδρομήσεις για τα κατάλοιπα \hat{u}_t του (1):
- (2) $\hat{u}_t^2 = 0,32 + 0,02X_t + 0,01X_t^2, \quad R^2 = 0,01$
- (3) $\hat{u}_t = 0,01 - 0,01Y_{t-1} + 0,04X_t + 0,05\hat{u}_{t-1} + 0,01\hat{u}_{t-2} - 0,02\hat{u}_{t-3}, \quad R^2 = 0,1$

Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον στατιστικό έλεγχο του ερωτήματος α); ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Με βάση το ίδιο δείγμα βρέθηκε ότι

$$(4) \quad \hat{M}_t = -0,22 + 0,78 X_t, \quad SSE = 5,5, DW = 3,5$$

(0,02) (0,1)

όπου $M_t = Y_t - Y_{t-1}$ και οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Με χρήση κατάλληλου στατιστικού ελέγχου, να επιβεβαιώσετε ότι υπάρχει αυτοσυσχέτιση 1^{ης} τάξης στο (4). Με χρήση κατάλληλου στατιστικού ελέγχου, να επιλέξετε μεταξύ των υποδειγμάτων (1) και (4). Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών και του εκτιμώμενου πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων τους στο (4); Ποιά είναι η αιτία του προβλήματος της αυτοσυσχέτισης στο (4); Αιτιολογήστε. ($\alpha=0,05$).

ΘΕΜΑ 3

Έστω το σύστημα εξισώσεων

$$(1) \quad X_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_t + \alpha_2 Q_t + \alpha_3 Q_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$(2) \quad Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 X_{t-1} + \eta_t$$

$$(3) \quad Z_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_{t-1} + \gamma_2 Q_t + u_t$$

όπου X , Y και Z είναι ενδογενείς μεταβλητές, Q είναι εξωγενής μεταβλητή, και ε , η και u είναι τα σφάλματα που συσχετίζονται ταυτόχρονα μεταξύ τους.

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθούν οι εξισώσεις ανηγμένης μορφής.

β) (βαθμοί: 2) Προτείνετε κατάλληλη μέθοδο εκτίμησης για να λάβετε **i**) συνεπείς εκτιμήσεις των (1), (2) και (3), **ii**) συνεπείς και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματικές εκτιμήσεις των (1), (2) και (3). Αιτιολογήστε.

γ) (βαθμοί: 2) Βάσει δείγματος 50 ετών εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η εξίσωση (3)

$$\hat{Z}_t = 2,4 - 0,5 Z_{t-1} + 1,4 Q_t$$

(0,2) (0,1) (0,4)

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα. Να εκτιμηθούν ο βραχυχρόνιος, ο πρώτος και ο δεύτερος ενδιάμεσος πολλαπλασιαστής της Z ως προς την Q . Δίνεται τώρα ότι $DW = 2,8$. Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των πολλαπλασιαστών της Z ως προς την Q ; Αιτιολογήστε. ($\alpha=0,05$).

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{15,0,05}=1,753$, $t_{15,0,025}=2,131$, $t_{16,0,05}=1,746$, $t_{16,0,025}=2,120$, $t_{17,0,05}=1,74$, $t_{17,0,025}=2,11$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,15,0,05}=4,543$, $F_{1,16,0,05}=4,494$, $F_{1,17,0,05}=4,451$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,15,0,05}=3,682$, $F_{2,16,0,05}=3,634$, $F_{2,17,0,05}=3,592$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $F_{3,15,0,05}=3,287$, $F_{3,16,0,05}=3,239$, $F_{3,17,0,05}=3,197$, $F_{3,18,0,05}=3,16$, $F_{3,19,0,05}=3,127$, $F_{3,20,0,05}=3,098$, $F_{3,21,0,05}=3,072$, $F_{3,22,0,05}=3,049$, $F_{1,47,0,05}=4,047$, $F_{1,48,0,05}=4,043$, $F_{1,49,0,05}=4,038$, $F_{1,50,0,05}=4,034$, $F_{2,47,0,05}=3,195$, $F_{2,48,0,05}=3,191$, $F_{2,49,0,05}=3,187$, $F_{2,50,0,05}=3,183$, $F_{3,47,0,05}=2,802$, $F_{3,48,0,05}=2,798$, $F_{3,49,0,05}=2,794$, $F_{3,50,0,05}=2,790$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$, $\chi^2_{6,0,05}=12,592$, $d_{L,0,05}=1,462$, $d_{U,0,05}=1,628$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.