

ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

28 Σεπτεμβρίου 2015

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Όνοματεπώνυμο:.....

Α.Μ.:.....

ΘΕΜΑ 1

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 S_i + u_i$$

όπου Y είναι το ωρομίσθιο (σε €) και S είναι η εκπαίδευση (σε έτη). Με βάση ένα δείγμα 22 ατόμων βρέθηκε ότι

$$(X'X)^{-1} = \begin{pmatrix} 16 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \quad X'Y = \begin{pmatrix} 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}, \quad SST = 1, \quad SSR = 0,2$$

α) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί η εκτιμώμενη γραμμή παλινδρόμησης. Να ερμηνευθούν οι εκτιμώμενοι συντελεστές της παλινδρόμησης.

β) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί ο εκτιμώμενος πίνακας διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των εκτιμητών των συντελεστών.

γ) (βαθμοί: 1) Να βρεθεί το 95% διάστημα πρόβλεψης για το μέσο ωρομίσθιο ενός ατόμου με 16 έτη εκπαίδευσης.

δ) (βαθμοί: 2) Έστω τώρα ότι εκτιμήθηκε με τη μέθοδο OLS η ακόλουθη παλινδρόμηση

$$(2) \quad \hat{Y}_i = 8,4 + 4,2M_i + 3,1S_i - 1,2M_i \cdot S_i, \quad SSR = 0,64$$

όπου $M_i = 1$ αν το i άτομο είναι άνδρας και $M_i = 0$ αλλιώς. **i)** Να βρεθούν οι προβλέψεις για το ωρομίσθιο ενός άνδρας και μίας γυναίκας με 16 έτη εκπαίδευσης. **ii)** Να ελεγχθεί στατιστικά αν οι συντελεστές του υποδείγματος (1) διαφοροποιούνται ανάλογα με το φύλο. ($\alpha=0,05$). Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1) και για το διάστημα πρόβλεψης του ερωτήματος γ);

ΘΕΜΑ 2

Με τη μέθοδο OLS εκτιμήθηκε το υπόδειγμα παλινδρόμησης

$$(1) \quad \Pi_i = \beta_0 + \beta_1 (1/A_i) + u_i$$

όπου Π είναι ο πληθωρισμός (σε %), A είναι η ανεργία (σε %). Με βάση ένα δείγμα 23 ετών βρέθηκε ότι

$$(1) \quad \hat{\Pi}_i = \underset{(0,1)}{-2} + \underset{(2,5)}{25} (1/A_i), \quad SSR = 7,5, \quad SST = 10, \quad Cov(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1) = -0.1$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 0,5) Να βρεθεί και να ερμηνευθεί ο συντελεστής προσδιορισμού.

β) (βαθμοί: 1,5) Να ελεγχθεί στατιστικά αν ο μέσος πληθωρισμός ξεπερνάει το 2% όταν η ανεργία είναι 5%. ($\alpha=0,05$).

γ) (βαθμοί: 2) Για τα κατάλοιπα \hat{u} του υποδείγματος (1) βρέθηκαν τα αποτελέσματα

$$(2) \quad \hat{u}_t^2 = 0,15 + 0,02A_t - 0,02A_t^2, \quad R^2 = 0,05$$

$$(3) \quad \hat{u}_t = -0,01 + 0,02(1/A_t) - 0,02\hat{u}_{t-1}, \quad R^2 = 0,1$$

Τι μπορείτε να συμπεράνετε για τις ιδιότητες των OLS εκτιμητών των συντελεστών της (1); Ποιές είναι οι συνέπειες στον έλεγχο του ερωτήματος β); Αιτιολογείστε. ($\alpha=0,05$).

δ) (βαθμοί: 1) Έστω ότι στο υπόδειγμα (1) ισχύει ότι $A_t(Q_t + u_t) = 1$, όπου η τυχαία μεταβλητή Q_t είναι ανεξάρτητη των σφαλμάτων u_t . Τι συμπεραίνετε για τις ιδιότητες των εκτιμητών των συντελεστών του υποδείγματος (1); Να αναπτύξετε κατάλληλη διαδικασία για τη συνεπή εκτίμηση του υποδείγματος (1). Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 3

Έστω ότι το επιθυμητό επίπεδο Y^* της Y προσδιορίζεται από το υπόδειγμα

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 X_{t-2} + u_t$$

Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής αναπροσαρμογής ισχύει

$$Y_t - Y_{t-1} = \gamma(Y_t^* - Y_{t-1}), \quad 0 < \gamma < 1$$

Εκτιμήθηκε το ακόλουθο υπόδειγμα με τη μέθοδο OLS από δείγμα 22 παρατηρήσεων

$$(1) \quad \hat{Y}_t = \underset{(0,51)}{-1,34} + \underset{(0,05)}{0,15} Y_{t-1} - \underset{(0,22)}{2,55} X_{t-2}, \quad R^2 = 0,5$$

όπου οι αριθμοί σε () είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί: 2) **i**) Να υπολογιστεί η εκτίμηση του βαθμού προσαρμογής γ και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,75. ($\alpha=0,05$). **ii**) Να υπολογιστούν ο βραχυχρόνιος και ο μακροχρόνιος πολλαπλασιαστής της Y ως προς τη X .

β) (βαθμοί: 3) Δίνεται ότι

$$(2) \quad X_t = \gamma_0 + \gamma_1 Z_t + \gamma_2 X_{t-1} + \eta_t$$

$$(3) \quad Z_t = \delta_0 + \delta_1 Y_t + \delta_2 X_t + \delta_3 X_{t-2} + \omega_t$$

όπου τα σφάλματα η_t και ω_t συσχετίζονται μεταξύ τους και με το u_t . Να επιλεγούν μέθοδοι για **i**) τη συνεπή και **ii**) τη συνεπή και (ασυμπτωτικά) αποτελεσματική εκτίμηση των (1), (2) και (3). Αιτιολογείστε.

Δίνεται ότι: $Z_{0,05}=1,645$, $Z_{0,025}=1,96$, $t_{18,0,05}=1,734$, $t_{18,0,025}=2,101$, $t_{19,0,05}=1,729$, $t_{19,0,025}=2,093$, $t_{20,0,05}=1,725$, $t_{20,0,025}=2,086$, $t_{21,0,05}=1,721$, $t_{21,0,025}=2,08$, $t_{22,0,05}=1,717$, $t_{22,0,025}=2,074$, $F_{1,18,0,05}=4,414$, $F_{1,19,0,05}=4,381$, $F_{1,20,0,05}=4,351$, $F_{1,21,0,05}=4,325$, $F_{1,22,0,05}=4,301$, $F_{2,18,0,05}=3,555$, $F_{2,19,0,05}=3,522$, $F_{2,20,0,05}=3,493$, $F_{2,21,0,05}=3,467$, $F_{2,22,0,05}=3,443$, $\chi^2_{1,0,05}=3,841$, $\chi^2_{2,0,05}=5,991$, $\chi^2_{3,0,05}=7,815$, $\chi^2_{4,0,05}=9,488$, $\chi^2_{5,0,05}=11,07$.

Συμβολισμός: SST =Συνολικό άθροισμα τετραγώνων, SSR =Άθροισμα τετραγώνων παλινδρόμησης, SSE =Άθροισμα τετραγώνων καταλοίπων.