

## ΓΡΑΠΤΗ ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΕΤΡΙΑ

Φεβρουάριος 2015

## ΘΕΜΑ 1

Για το υπόδειγμα

$$(1) Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + u_i$$

λάβουμε τις ακόλουθη εκτίμηση με την μέθοδο OLS από δείγμα 1000 παρατηρήσεων:

$$(2) \hat{Y}_i = 25 + \underset{(2.0)}{5} X_{1i} + \underset{(0.5)}{100} X_{2i} + \underset{(40)}{150} X_{3i} \quad R^2=0.75$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τυπικά σφάλματα.

α) (βαθμοί : 1) (i) Να ελεγχθεί η  $H_0: \beta_3=0$  έναντι της  $H_1: \beta_3>0$ . (ii) Να υπολογιστεί διάστημα εμπιστοσύνης (95%) του συντελεστή  $\beta_1$  και να εξηγηθεί η έννοιά του.

β) (βαθμοί : 0,5) Να εξεταστεί η στατιστική σημαντικότητα του υποδείγματος και να εξηγηθεί η έννοιά της.

γ) (βαθμοί : 1) Αν  $\hat{Cov}(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_3) = 100$  να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση  $H_0: \beta_2=\beta_3$  έναντι της εναλλακτικής  $H_1: \beta_2 \neq \beta_3$ . Εξηγήστε.

δ) (βαθμοί : 2,5) Έστω ότι οι 1000 παρατηρήσεις του δείγματος καλύπτουν άτομα που ενοικιάζουν διαμέρισμα σε όροφο (πλην ισογείου) σε μια αστική συνοικία και ότι οι μεταβλητές που χρησιμοποιήθηκαν για τις εκτιμήσεις (2) είναι οι εξής.

$Y_i$  : μηνιαίο μίσθωμα (δαπάνη για ενοίκιο) σε ευρώ.

$X_{1i}$  : συνολική επιφάνεια διαμερίσματος (σε τ.μ.).

$X_{2i}$  : μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 για διαμερίσματα που έχουν όψη επί μιας οδού και τιμή 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

$X_{3i}$  : μεταβλητή που παίρνει την τιμή 1 για διαμερίσματα που έχουν όψεις επί δύο οδών (γωνιακά) και τιμή 0 σε κάθε άλλη περίπτωση.

1) Ποιο είναι το εκτιμηθέν μηνιαίο μίσθωμα (i) ενός διαμερίσματος 100 τ.μ. που έχει όψη επί μιας οδού, και (ii) ενός διαμερίσματος 100 τ.μ. που έχει όψεις επί δύο οδών και (iii) ενός διαμερίσματος 100 τ.μ. που δεν έχει όψη επί οδού.

2) Να ελεγχθεί στατιστικά η υπόθεση ότι το μηνιαίο μίσθωμα ενός διαμερίσματος που έχει όψη επί μιας οδού υπερβαίνει το μίσθωμα διαμερίσματος ίσης επιφάνειας που δεν έχει όψη επί καμίας οδού.

3) Να ελεγχθεί η υπόθεση ότι το μηνιαίο μίσθωμα ενός διαμερίσματος που έχει όψεις επί δύο οδών υπερβαίνει το μίσθωμα διαμερίσματος ίσης επιφάνειας που έχει όψη επί μιας οδού κατά 100 ευρώ τουλάχιστον ( $\geq 100$ ).

## ΘΕΜΑ 2

Με βάση ένα δείγμα 53 ετών προέκυψαν οι κάτωθι εκτιμήσεις OLS:

$$(1) \hat{Y}_t = 3,2 + \underset{(0,2)}{0,74} X_t + \underset{(0,03)}{0,21} Z_t \quad R^2 = 0,7, \quad DW=0,85$$

$$(2) e_t = 0,14 + 0,04 X_t + 0,06 Z_t + 0,458 e_{t-1}, \quad R^2 = 0,25$$

$$(3) \hat{Y}_t = 4,2 + \underset{(0,1)}{0,65} Y_{t-1} + \underset{(0,15)}{0,30} X_t + \underset{(0,01)}{0,12} Z_t \quad R^2 = 0,8,$$

$$(4) \hat{u}_t = 0,1 + 0,05 Y_{t-1} - 0,02 X_t + 0,01 Z_t + 0,08 \hat{u}_{t-1} - 0,09 \hat{u}_{t-2}, \quad R^2 = 0,06$$

όπου οι αριθμοί σε ( ) είναι τα τυπικά σφάλματα,  $e_t$  τα κατάλοιπα της (1) και  $\hat{u}_t$  τα κατάλοιπα της (3).

**α)** (βαθμοί: 0,5) Τι συμπέρασμα προκύπτει ως προς τις ιδιότητες των εκτιμήσεων της (1); Εξηγήστε.

Μπορούμε να αποφανθούμε για τη στατιστική σημαντικότητα ή μη της επίδρασης της μεταβλητής  $X_t$  στην  $Y_t$  με βάση την (1);

**β)** (βαθμοί: 1) Τι συμπέρασμα προκύπτει ως προς τις ιδιότητες των τυχαίων σφαλμάτων της (3), καθώς και των εκτιμήσεων των συντελεστών και των τυπικών τους σφαλμάτων; Εξηγήστε.

**γ)** (βαθμοί: 1) Μεταξύ των υποδειγμάτων (1) και (3) ποιο θεωρείτε καταλληλότερο και γιατί;

**δ)** (βαθμοί: 2,5) Ἐστω ότι το επιθυμητό επίπεδο  $Y^*$  της  $Y$  προσδιορίζεται από το υπόδειγμα

$$Y_t^* = \delta_1 + \delta_2 X_t + \delta_3 Z_t + u_t$$

Σύμφωνα με το υπόδειγμα μερικής αναπροσαρμογής ισχύει

$$Y_t - Y_{t-1} = \gamma (Y_t^* - Y_{t-1})$$

Με βάση τις εκτιμήσεις OLS που δίνονται πιο πάνω i) Να υπολογιστεί η τιμή του βαθμού προσαρμογής  $\gamma$  και να ελεγχθεί αν ο βαθμός προσαρμογής είναι μεγαλύτερος του 0,5 ( $\alpha=0.05$ ). ii) Να υπολογιστούν οι βραχυχρόνιοι και μακροχρόνιοι πολλαπλασιαστές της  $Y$  ως προς την  $X$  και την  $Z$ , αντίστοιχα.

### ΘΕΜΑ 3

**A.** (βαθμοί : 1) Έχουμε το υπόδειγμα  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \beta_2 z_i + \varepsilon_i$  (1).

Με τη μέθοδο OLS λάβαμε τα εξής αποτελέσματα.

$$y_i = 6.12 + 0.38x_i + 1.07z_i + e_i \quad (2), \quad n=40 \quad R^2=0.98$$

(2.62) (0.26) (0.22)

$$e_i = -28.6 + 0.36x_i + 5.36z_i \quad (3) \quad R^2=0.11.$$

Να διερευνηθεί αν τα σφάλματα είναι ετεροσκεδαστικά. Ποιας μορφής ετεροσκεδαστικότητα διερευνάται; Τι συμπέρασμα προκύπτει ως προς τις ιδιότητες των συντελεστών της (2);

**B.** (βαθμοί : 2) Ἐστω ότι

$$z_i = y_i + w_i \quad (4)$$

όπου  $w$  τυχαία μεταβλητή για την οποία ισχύει  $\text{Cov}(w_i, \varepsilon_i) = 0$ . Τι συμπέρασμα προκύπτει ως προς τις ιδιότητες των συντελεστών τις (2); Εξηγήστε. Αναπτύξτε εν συντομία την καταλληλότερη μέθοδο εκτίμησης της (1) και να αναφέρετε γιατί η μέθοδος που προτείνετε είναι η κατάλληλη.

**Γ.** (βαθμοί : 2) Ἐστω ότι αντί για την (4) ισχύει

$$z_i = y_i + w_i + q_i \quad (5)$$

Όπου  $w$  και  $q$  τυχαίες μεταβλητές για τις οποίες ισχύει  $\text{Cov}(w_i, \varepsilon_i) = 0$  και  $\text{Cov}(q_i, \varepsilon_i) = 0$ . Τι συμπέρασμα προκύπτει ως προς τις ιδιότητες των συντελεστών τις (2); Εξηγήστε. Αναπτύξτε εν συντομία την καταλληλότερη μέθοδο εκτίμησης της (1) και να αναφέρετε γιατί η μέθοδος που προτείνετε είναι η κατάλληλη. Διαφοροποιείται η απάντησή σας σε σχέση με το ερώτημα Β;

Δίνεται ότι:  $z_{0,05}=1,645$ ,  $z_{0,025}=1,96$ ,  $t_{0,05,3}=2,35$ ,  $t_{0,05,4}=2,13$ ,  $t_{0,025,3}=3,18$ ,  $t_{0,05,4}=2,78$ ,  $\chi^2_{0,05,1}=3,84$ ,  $\chi^2_{0,05,2}=5,99$ ,  $F_{2,40}=3,23$ ,  $F_{3,40}(0,05)=2,84$ ,  $F_{3,60}(0,05)=2,76$ ,  $F_{3,120}(0,05)=2,68$ ,  $F_{4,120}(0,05)=2,45$ ,  $F_{4,\infty}(0,05)=2,60$ ,  $F_{3,\infty}(0,05)=2,37$ ,  $d_{L,0.05}=1,44$ ,  $d_{U,0.05}=1,54$ .

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ