

ΘΕΜΑ 1

Θεωρείστε το υπόδειγμα

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$$

που ερμηνεύει τη συμπεριφορά της μεταβλητής y : αμοιβή εργαζομένων
 Με τη μέθοδο Ε.Τ (OLS) εκτιμήθηκε η εξής παλινδρόμηση από ένα δείγμα 40 εργαζομένων.

$$(1) y_i = 1.47 - 0.11 x_{1i} + 1.10 x_{2i} + 0.15 x_{3i} + \varepsilon_i, \quad n=40 \quad R^2=0.98$$

(0.41) (0.42) (0.44) (0.40)

όπου οι αριθμοί σε παρενθέσεις είναι τα τυπικά σφάλματα των εκτιμηθέντων συντελεστών. Οι συνδιακυμάνσεις των OLS συντελεστών έχουν εκτιμήσεις: $\text{cov}(b_1, b_3) = 0.2356$, $\text{cov}(b_2, b_3) = 0.05$.

- (i) (Βαθμοί: 0,75) Να διερευνηθεί η στατιστική σημαντικότητα των συντελεστών και του υποδείγματος (ii) (Βαθμοί: 2) Για $\alpha=5\%$ να ελεγχθεί στατιστικά (α) αν $\beta_2 - \beta_3 < 1$, (β) αν $\beta_1 + \beta_3 = 0$. (iii) (Βαθμοί: 0,75) Αν στο δείγμα ίσχυε $(x_3/x_1) = -0.8$ θα υπήρχε πρόβλημα στην εκτίμηση της (1); Αιτιολογήστε. (iv) (Βαθμοί: 1,5) Έστω ότι θέλουμε να ελέγξουμε αν η επίδραση της μεταβλητής x_1 (β_1) διαφοροποιείται ανάλογα με το φύλο. Να προτείνετε μια μέθοδο με βάση την οποία θα διαπιστώσετε (ελέγξετε) αν ισχύει η διαφοροποίηση αυτή.

ΘΕΜΑ 2

1) (Βαθμοί: 1) Έστω το υπόδειγμα $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 Z_i + u_{ii}$ (1),

όπου Y : κατανάλωση σε χιλιάδες ευρώ, X : εισόδημα σε χιλιάδες ευρώ, Z : πλούτος σε χιλιάδες ευρώ. Από την OLS μέθοδο η εκτίμηση του β_2 ήταν 0.05 και στατιστικά σημαντική. Έστω ότι μετατρέψουμε την μεταβλητή Z σε εκατοντάδες ευρώ και επανεκτιμούμε το υπόδειγμα. Τι τιμή θα έχει η νέα εκτίμηση του συντελεστή β_2 ; Θα είναι στατιστικά σημαντική; Αιτιολογήστε.

2) (Βαθμοί: 1) Αν στο υπόδειγμα (1) ισχύει $\text{Var}(u_i) = \kappa^2 X_i$ ποιές από τις ιδιότητες των OLS εκτιμητριών της (1) παραβιάζεται: (i) Γραμμικότητα (ii) Αμεροληψία (iii) Συνέπεια (iv) Αποτελεσματικότητα ; Ποια είναι η πρακτική συνέπεια των παραβιάσεων στη διενέργεια στατιστικών ελέγχων;

3) (Βαθμοί: 2) Ας υποθέσουμε ότι στο υπόδειγμα (1) ένας ερευνητής βρήκε ότι:

$$E(uu') = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & & \\ & & \sigma_{100}^2 & & & & & & & & \\ & & & \sigma_{100}^2 x_{101}^2 + 1 & & & & & & & \\ & & & & \sigma_{100}^2 x_{102}^2 + 1 & & & & & & \\ & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & \sigma_{100}^2 x_{500}^2 + 1 & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{bmatrix}$$

Πώς θα εκτιμούσατε το υπόδειγμα για να λάβετε γραμμικές, αμερόληπτες συνεπείς και αποτελεσματικές εκτιμήσεις;

4) (Βαθμοί: 1) Αν στο υπόδειγμα (1) ισχύει: $Z_i = Y_i + W_i$, όπου W_i είναι μια τυχαία μεταβλητή που είναι ανεξάρτητη από την Y_i , ποιες από τις ιδιότητες των OLS εκτιμητριών της (1) παραβιάζονται: (i) Γραμμικότητα; (ii) Αμεροληψία (iii) Συνέπεια (iv) Αποτελεσματικότητα; Ποια εκτιμήτρια θα προτεινάτε στην περίπτωση αυτή; Αιτιολογείστε.

ΘΕΜΑ 2

Έστω ότι το προσδοκώμενο ιδιωτικό διαθέσιμο εισόδημα (Y^*) προσδιορίζει την ιδιωτική κατανάλωση (C) στην Ελλάδα, σύμφωνα με το υπόδειγμα (1):

$$C_t = a + \beta Y_t^* + \varepsilon_t \quad (1)$$

Αν εφαρμοσθεί το υπόδειγμα αναπροσαρμοζόμενων προσδοκιών, το μη παρατηρούμενο προσδοκώμενο ιδιωτικό διαθέσιμο εισόδημα (Y^*) αναπροσαρμόζεται σύμφωνα με τον μηχανισμό:

$$Y_t^* - Y_{t-1}^* = \gamma(Y_t - Y_{t-1}^*), \quad 0 < \gamma < 1 \quad (2)$$

(α) (Βαθμοί: 1) Ζητείται να γραφεί η σχέση της ιδιωτικής κατανάλωσης (1) έτσι ώστε το μη παρατηρούμενο προσδοκώμενο ιδιωτικό διαθέσιμο εισόδημα (Y^*) να μετατραπεί σε παρατηρούμενο (Y) με τη βοήθεια του μηχανισμού (2).

Χρησιμοποιώντας στοιχεία από την ελληνική οικονομία για την χρονική περίοδο 1960 – 1995 εκτιμήθηκε με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων η συνάρτηση της ιδιωτικής κατανάλωσης, που προέκυψε από την προηγούμενη διαδικασία, και τα αποτελέσματα δίνονται στον Πίνακα 1:

Πίνακας 1: Εκτιμήσεις της συνάρτησης ιδιωτικής κατανάλωσης (C_t) στην Ελλάδα, 1960 – 1995.

Σταθερά	11,2822 [6,50]
Συντελεστής εισοδήματος (Y_t)	0,2472 [5,64]
Συντελεστής κατανάλωσης με υστέρηση (C_{t-1})	0,678 [12,25]
\bar{R}^2	0,9988
Durbin – Watson	1,5349
Breusch-Godfrey (LM)	1,5630

Σημείωση: Στις αγκύλες περιέχονται οι τιμές της στατιστικής t .

(β) (Βαθμοί: 1) Ζητείται να βρεθούν οι εκτιμήσεις των παραμέτρων a , β και γ .

(γ) (Βαθμοί: 0,5) Με βάση την εκτιμημένη συνάρτηση ιδιωτικής κατανάλωσης να βρεθούν: η οριακή ροπή προς κατανάλωση και η μακροχρόνια ροπή προς κατανάλωση.

(δ) (Βαθμοί: 2,5) Να εξετασθεί με δύο τρόπους για επίπεδο σημαντικότητας $\alpha = 0.05$ η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης 1^{ης} τάξης στο υπόδειγμα ιδιωτικής κατανάλωσης (βλέπε Πίνακα 1).

Δίνεται ότι: $z_{0,05}=1,645$, $z_{0,025}=1,96$, $\chi^2_{0,05,1}=3,84$, $F_{3, 40, 0.05}=2,84$, $\chi^2_{0,05, 34} = 49, 6023$,
 $t_{0,05, 34} = 2, 0322$, $\chi^2_{0,05, 35} = 49, 8018$.

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΘΟΥΝ 2 ΑΠΟ ΤΑ 3 ΘΕΜΑΤΑ.