Εξωτερικό Γινόμενο

Ανάλυση ΙΙ

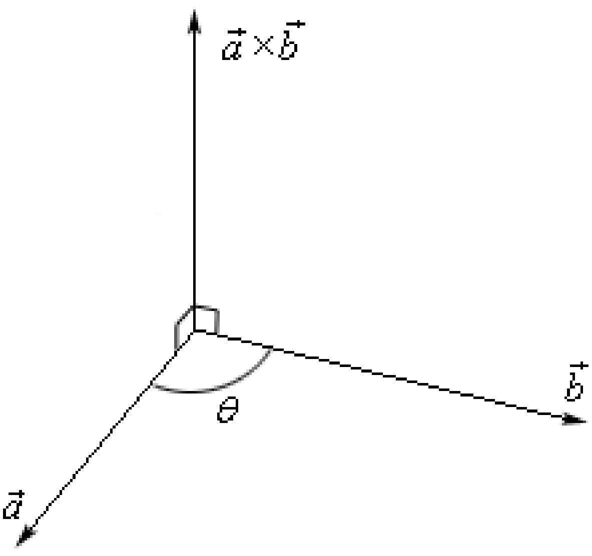
Ορισμός:

Έστω δύο διανύσματα στον $\mathbb{R}^3$, $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$ και $\vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$. Το εξωτερικό γινόμενο $\vec{a} \times \vec{b}$ είναι το διάνυσμα :

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \hat{i}(a_2b_3 - a_3b_2) + \hat{j}(a_3b_1 - a_1b_3) + \hat{k}(a_1b_2 - a_2b_1) =$$

$$= (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1).$$

Το $\vec{a} \times \vec{b}$ είναι διάνυσμα (σε αντίθεση με το εσωτερικό γινόμενο που είναι αριθμός) κάθετο στα διανύσματα $\vec{a}$ και $\vec{b}$ (τον προσανατολισμό του τον βρίσκετε με τον κανόνα του δεξιού χεριού) :



Ιδιότητες:

1) $\vec{a} \times \vec{b} = \|\vec{a}\| \|\vec{b}\| sin\theta$

2) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$

3) $\vec{a} \times \vec{b} = -\vec{b} \times \vec{a}$

4) $(\lambda\vec{a}) \times \vec{b} = \lambda(\vec{a} \times \vec{b})$ για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$

5) $\vec{a} \times (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \times \vec{b} + \vec{a} \times \vec{c}$

6) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

7) $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

Μικτό Γινόμενο

Αν $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3), \vec{c} = (c_1, c_2, c_3)$ τότε $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$.

[Όπου βλέπετε $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ είναι τα μοναδιαία διανύσματα (δηλαδή μέτρου 1) με $\hat{i} = (1, 0, 0), \hat{j} = (0, 1, 0), \hat{k} = (0, 0, 1)$.]