Για τη Σύγκριση Ψηφιακών Τηλεπικοινωνιακών Συστημάτων Χρησιμοποιείται ο Λόγος:

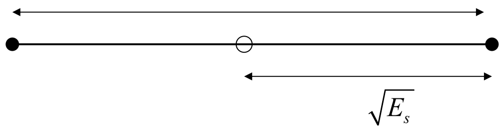
$$\frac{d_{\min}^2}{\varepsilon_d}$$

όπου ε_d η μέση ενέργεια ανά λαμβανόμενο bit πληροφορίας και d_{min} η ελάχιστη απόσταση μεταξύ των συμβόλων που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο σύστημα.

Παραδείγματα

1. B-PSK

$$d_{\min} = 2\sqrt{E_s}$$



1. B-PSK

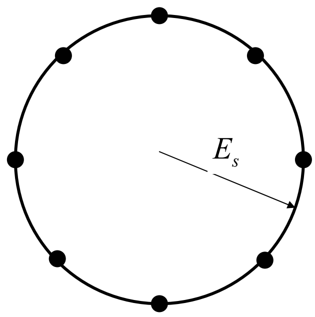
$\boxed{\varepsilon_d = E_s \Rightarrow}$ $\quad \frac{d_{\min}^2}{\varepsilon_d} = 4$

2. 8-PSK

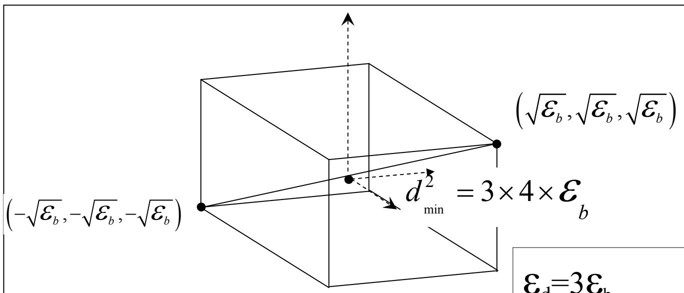
$$d_{\min}^2 = \left(2-\sqrt{2}\right)E_s$$

$\boxed{\varepsilon_d = E_s/3 \Rightarrow}$

$$\frac{d_{\min}^2}{\varepsilon_d} = \frac{\left(2-\sqrt{2}\right)E_s}{E_s/3} = 1.78$$



3. Κώδικας Πλειοψηφίας-B-PSK



$\varepsilon_d = 3\varepsilon_b$

$$\frac{d^2_{\min}}{\mathcal{E}_d} = 4$$

4. Κώδικας (7,4)

Ο (7,4) κώδικας παρουσιάζει ελάχιστη απόσταση Hamming:

$d^H_{\min}=3$

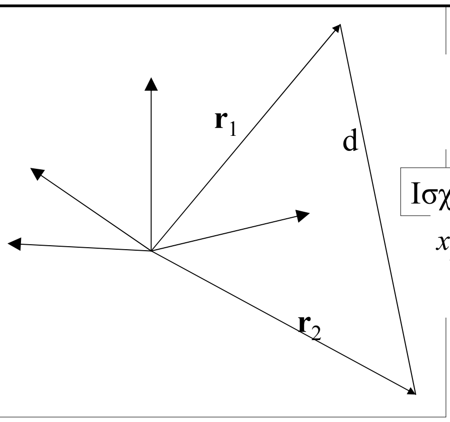
Η κυματοσειρά κάθε κωδικής λέξης αναλύεται σε μία βάση 7 ορθογωνίων κυματομορφών με συντελεστές sqrt(ε_b) ή -sqrt(ε_b) (για κωδικά bits 1 και 0 αντίστοιχα). Από την παρατήρηση αυτή προκύπτει:

$$d^2_{\min} = d^H_{\min}\times 4\times \mathcal{E}_b = 12\mathcal{E}_b$$

Απόδειξη στην επόμενη διαφάνεια

Επειδή με τα 7 κωδικά bits διαβιβάζονται 4 bits πληροφορίας, ισχύει:

$\varepsilon_d = 7\varepsilon_b/4$ οπότε $\frac{d^2_{\min}}{\mathcal{E}_d} = 48/7 = 6.9$



$$d^2 = \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|^2 = \sum_{i=1}^{7}\left(x_{1i} - x_{2i}\right)^2$$

Ισχύει:

$$x_{ji} = c_{ji}\sqrt{\varepsilon_b} \quad j = 1,2 \quad i = 1,2,...,7$$

$$c_{ji} = 1 \quad ή \quad c_{ji} = -1$$

Επομένως:

$$d^2 = \|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2\|^2 = \varepsilon_b \sum_{i=1}^{7}\left(c_{1i} - c_{2i}\right)^2 \geq \varepsilon_b 4 d_{\min}^H$$

$$d_{\min}^2 = 4 d_{\min}^H \varepsilon_b$$

4. Γενικά Κώδικας (n,k) με ελάχιστη απόσταση Hamming: d^H_{min}

$$d_{\min}^2 = d_{\min}^H \times 4 \times \varepsilon_b$$

$\boxed{\varepsilon_d = n\varepsilon_b/k}$

$$\frac{d_{\min}^2}{\varepsilon_d} = \frac{k}{n} d_{\min}^H \times 4 \qquad \left(\frac{d_{\min}^2}{\varepsilon_d}\right)_{coded} = \frac{k}{n} d_{\min}^H \times \left(\frac{d_{\min}^2}{\varepsilon_d}\right)_{uncoded}$$

$$\frac{k}{n} d_{\min}^H = G_{code}\left(\text{Κέρδος} \quad \text{Κωδικοποίησης}\right)$$

ΠΡΟΣΠΑΘΕΙΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗΣ ΧΩΡΙΣ ΝΑ ΑΥΞΗΘΕΙ ΤΟ ΕΥΡΟΣ ΖΩΝΗΣ

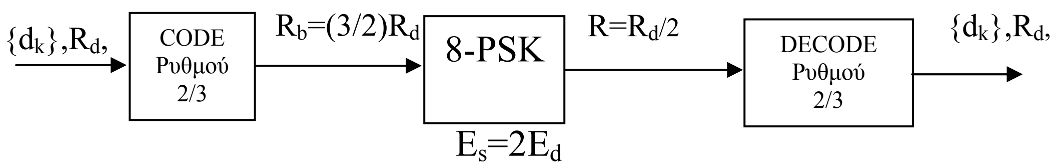
Επιθυμούμε να διαβιβάσουμε μία ακολουθία δυαδικών δεδομένων $\{d_k\}$ με ρυθμό R_d, και Πιθανότητα Σφάλματος P_{ed}. Η ισχύς στο δέκτη δεν είναι δυνατόν να ξεπεράσει την τιμή P_R, και το εύρος ζώνης του καναλιού, B_c, επιθυμούμε να διατηρηθεί όσο γίνεται μικρότερο. Η πρώτη πρόχειρη λύση είναι να χρησιμοποιήσουμε QPSK. Το Σύστημα αυτό για Πιθανότητα Σφάλματος $P_{ed}<10^{-3}$ απαιτεί τιμή του (E_b/N_0) ίδια με το B-PSK (Σχήμα 7.57 “Συστήματα Επικοινωνιών”) και αν τα δύο Συστήματα διαβιβάζουν με τον ίδιο δυαδικό ρυθμό R_d, απαιτούν επίσης τη ίδια ισχύ λήψης P_R. Στην περίπτωση αυτή βέβαια το QPSK χρησιμοποιεί το μισό εύρος-ζώνης από εκείνο του B-PSK.

Για να ελαττώσουμε την ισχύ λήψης εξετάζουμε την περίπτωση χρήσης ενός κώδικα καναλιού (3,2) με ρυθμό $R_C=k/n=2/3$. Για να διατηρηθεί όμως ο ρυθμός R_d σταθερός πρέπει ο ρυθμός R_b διαβίβασης των κωδικών bits να γίνει:

$$R_b=3/2R_d$$

και για να μην αυξηθεί το απαιτούμενο εύρους ζώνης, B_C, θα χρησιμοποιήσουμε ένα σχήμα 8-PSK αντί του αρχικά χρησιμοποιούμενου QPSK. Το Σύστημα που περιγράφουμε δίνεται στο Σχήμα 1. Στο σύστημα αυτό το $(d^2_{min}/E_d)_{SYS}$ υπολογίζεται ως:

$$(d^2_{min}/E_d)_{SYS} = d^H_{min}(k/n)d^2_{min\ 8\text{-}PSK}/E_d=G_{code}d^2_{min\ 8\text{-}PSK}/E_d$$



Σχ. 1 Στο Σύστημα αυτό χρησιμοποιείται κώδικας καναλιού με στόχο την ελάττωση της απαίτησης ισχύος στη λήψη. Συγχρόνως χρησιμοποιείται διαμόρφωση 8-PSK για να μην αυξηθεί το απαιτούμενο εύρος ζώνης. Για να γίνει δυνατή η διατήρηση του R_d πρέπει να ισχύει $R=R_d/2$.

Στο σύστημα αυτό με κάθε σύμβολο του 8-PSK διαβιβάζονται 2 bits πληροφορίας της $\{d_k\}$ και για να διατηρείται η ισχύς λήψης σταθερή πρέπει $E_s=2E_d$. Η σχέση $d_{min\ 8\text{-}PSK}$ και E_s βρίσκεται από τη γενική σχέση της απόστασης δύο συμβόλων ενός M-PSK

$$d_{mn} = \sqrt{\|\mathbf{s}_m - \mathbf{s}_n\|^2} = \sqrt{2\mathcal{E}_s\left(1 - \cos\frac{2\pi(m-n)}{M}\right)}$$

Ο μαθηματικός αυτός τύπος στην περίπτωση της ελάχιστης απόστασης ενός 8-PSK καταλήγει:

$$d_{\min 8-PSK} = \sqrt{2\mathrm{E}_s\left(1-\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)} = \sqrt{2-\sqrt{2}}\sqrt{\mathrm{E}_s}$$

και τελικά καταλήγουμε ότι για το εξεταζόμενο σύστημα ο δείκτης απόδοσης είναι:

$$\left(d_{\min}^2 / E_d\right)_{coded} = 2\left(2-\sqrt{2}\right)G_{code} = 1.18G_{code}$$

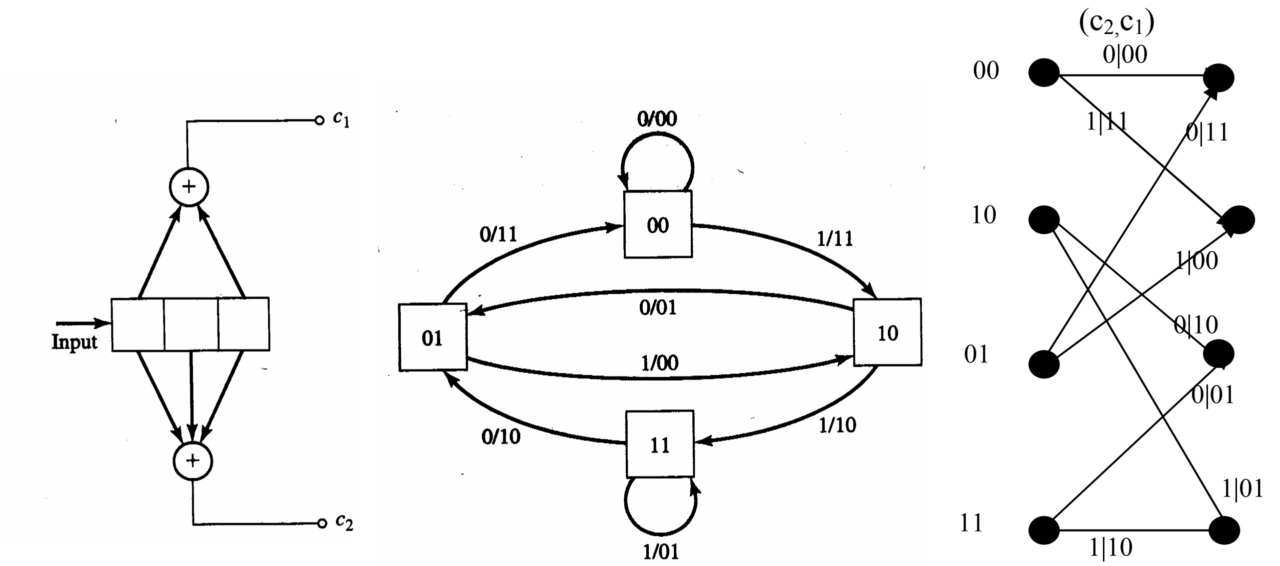
Για να συγκρίνουμε το τελευταίο αποτέλεσμα με το αντίστοιχο του ακωδικοποίητου QPSK, υπολογίζουμε το λόγο:

$$\frac{\left(d_{\min}^2 / E_d\right)_{coded}}{\left(d_{\min}^2 / E_d\right)_{uncoded}} = \frac{2\left(2-\sqrt{2}\right)G_{code}}{4} = 0.295G_{code} = -5.33dB + \left(G_{code}\right)_{dB}$$

Το κέρδος του κώδικα πρέπει λοιπόν να υπερβαίνει τα 5.3 dB ώστε το συνολικό κέρδος να είναι θετικό, και να υπάρξει όφελος από την κωδικοποίηση. Ένα τέτοιο κέρδος για να επιτευχθεί με κώδικες ρυθμού 2/3, είτε μπλοκ είτε συνελικτικούς, απαιτεί μεγάλες τιμές των n,k και μεγάλη πολυπλοκότητα.

Η ΤΕΧΝΙΚΗ ΤΟΥ Ungerboeck -Trellis Coding Modulation

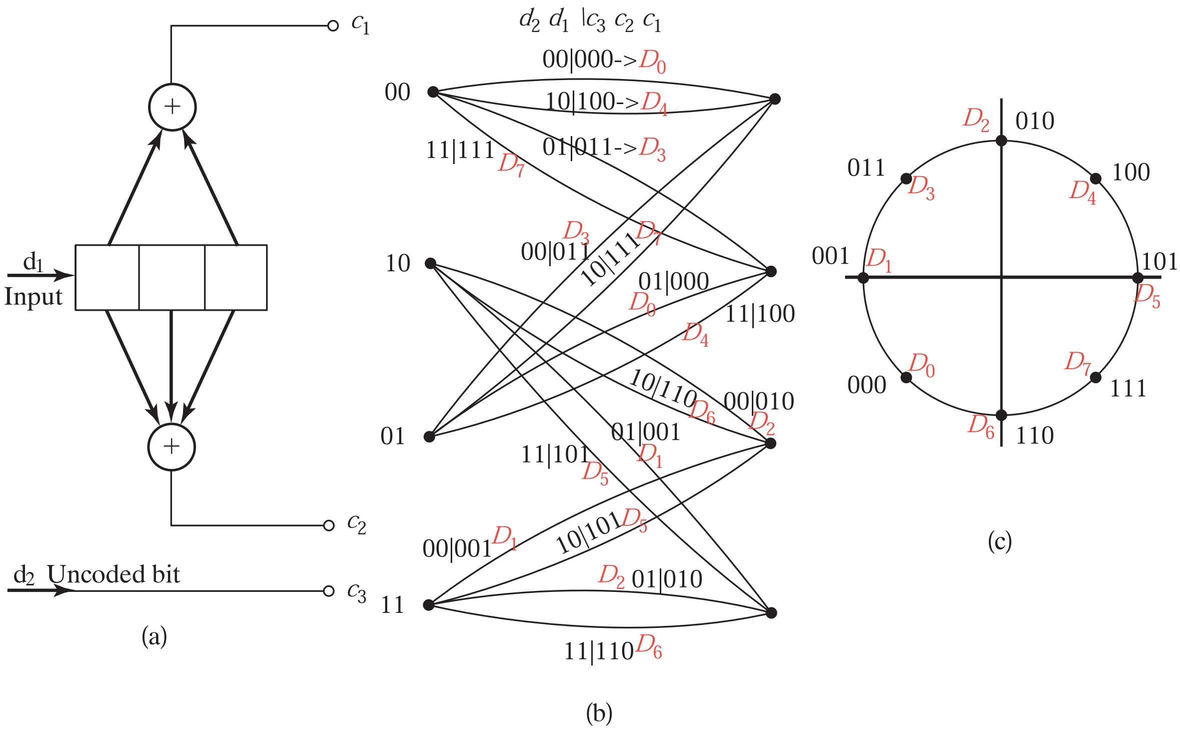
Ο Ungerboek to 1982 πρότεινε μία τεχνική συνδυασμού κωδικοποίησης και διαμόρφωσης στην οποία επιτυγχάνεται ο στόχος ελάττωσης της απαιτούμενης ισχύος λήψης χωρίς να αυξάνεται το απαιτούμενο εύρος ζώνης. Ο Ungerboek πρότεινε έναν ειδικό τρόπο συνδυασμού συνελικτικού κώδικα και διαμόρφωσης M-PSK ή M-QAM που πήρε το όνομα *Trellis Coding Modulation* –TCM. Παρά την ονομασία αυτή η ίδια τεχνική μπορεί να πραγματοποιηθεί επίσης με block κώδικα. Στη συνέχεια θα περιγράψουμε το TCM με ένα συνελικτικό κώδικα ρυθμού R_C=2/3.



Σχ. 2 Παράδειγμα συνελικτικού κώδικα. Στον κώδικα αυτό ισχύει R_C=1/2. Στο σχήμα αυτό περιλαμβάνεται η πηγή Markov και το αντίστοιχο διάγραμμα Trellis.

Στο Σχήμα 2 δίνεται το σχήμα ενός συνελικτικού κώδικα με ρυθμό R_C=1/2. Στο ίδιο Σχήμα υπάρχει η αντίστοιχη πηγή Markov και το διάγραμμα Trellis (βλέπετε και Παράδειγμα 9.7.1 “Συστήματα

Τηλεπικοινωνιών”). Πρέπει να αναφέρουμε ότι επειδή κάθε ένα bit δεδομένων επηρεάζει 3 ζεύγη κωδικών bits, η αποκωδικοποίησή του πρέπει να στηριχθεί σε τρία ζεύγη κωδικών bits και η πιθανότητα σφάλματος εξαρτάται από την ελάχιστη απόσταση των διαδρομών μήκους 3.

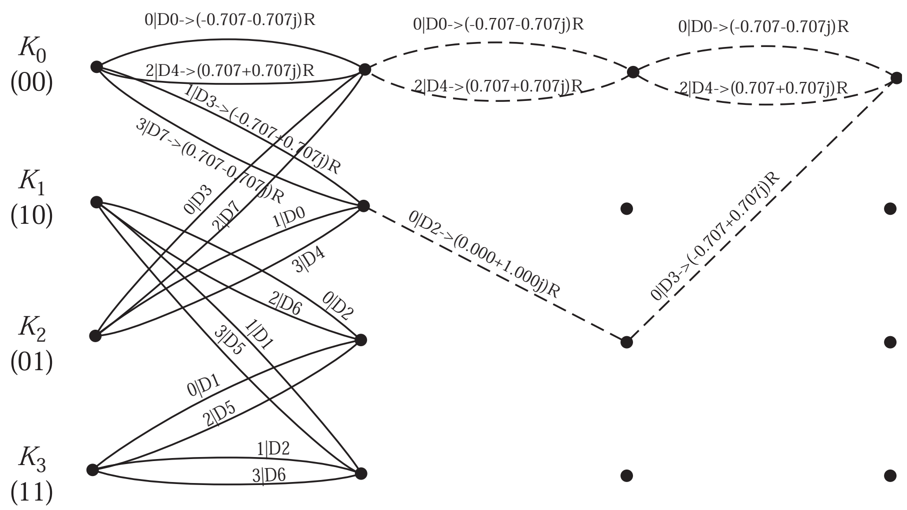


Σχ. 3 Η τεχνική TCM για την κωδικοποίηση 2 bits πληροφορίας με συνελικτικό κώδικα και χρήση 8-PSK για τη διαβίβαση των κωδικών bits. a) Η κωδικοποίηση. β) Το διάγραμμα Trellis. γ) Η τοποθέτηση των κωδικών τριάδων στον αστερισμό του 8-PSK.

Στο Σχήμα 3 δίνεται η αρχή λειτουργίας του TCM για την περίπτωση ενός κώδικα με R_C=2/3 και διαμόρφωση 8-PSK. Από τα δύο bits της πληροφορίας κωδικοποιείται μόνο το ένα με χρήση του συνελικτικού κώδικα της προηγούμενης παραγράφου. Το δεύτερο bit πληροφορίας παρατίθεται ως τρίτο κωδικό bit c_3 δίπλα στα δύο παραγόμενα κωδικά bits c_1 και c_2. Για το λόγο αυτό κάθε γραμμή του διαγράμματος Trellis διαχωρίζεται σε δύο τμήματα, ένα τμήμα για κάθε δυνατή τιμή του c_3 δηλ. του ακωδικοποίητου bit πληροφορίας (Σχ. 3.β). Οι τριάδες των κωδικών bits, στις οποίες δίνεται η συντομογραφία D_0, D_1,...,D_7 απεικονίζονται στον αστερισμό του 8-PSK με ένα ειδικό τρόπο, που θα περιγράψουμε πιο κάτω, και ο αστερισμός λαμβάνει τη μορφή του Σχ. 3.γ.

Στο δέκτη μετά την απομάκρυνση του φέροντος λαμβάνεται μια ακολουθία μιγαδικών αριθμών η οποία αποκωδικοποιείται με βάση την ML ακολουθία που προσδιορίζεται με βάση το Trellis του Σχήματος 4.α. Στο διάγραμμα αυτό μερικές από τις διαδρομές έχουν προσδιοριστεί πλήρως με τον αριθμό των δεδομένων πληροφορίας (0,1,2,3) που αντιστοιχούν στα (00,01,10,11), το σύμβολο που αποστέλλεται και ο μιγαδικός αριθμός που αντιστοιχεί στο αντίστοιχο σημείο του αστερισμού. Η τιμή του R σχετίζεται με την ενέργεια του αστερισμού με τη σχέση:

$R^2=E_s=2E_d$



Σχ. 4 Το τετράγωνο της ελάχιστης απόστασης μεταξύ όλων των διαδρομών μήκους 3 είναι ίσο με $4R^2=4E_S=8E_d$.

Αν προσπαθήσουμε να υπολογίσουμε τις αποστάσεις μεταξύ των διαφόρων διαδρομών μήκους 3 του πιο πάνω trellis θα διαπιστώσουμε ότι η μικρότερη απόσταση d_{min} είναι αυτή μεταξύ δύο διαδρομών με κοινούς τους δύο από τους τρεις κλάδους. Για παράδειγμα η διαδρομή $0|D_0$, $0|D_0$, $0|D_0$ και η $2|D_4$, $0|D_0$, $0|D_0$ έχουν απόσταση

$$d^2=|(-0.707-0.707j)R-(0.707+0.707j)R|^2=4R^2$$

ενώ η απόσταση της διαδρομής $0|D_0$, $0|D_0$, $0|D_0$ από την $1|D_3$, $0|D_2$, $0|D_3$ ισούται προς d:

$$d^2=|(-0.707-0.707j)R-(-0.707+0.707j)R|^2+|(-0.707-0.707j)R-(0.000+1.000j)R|^2$$
$$+|(-0.707-0.707j)R-(-0.707+0.707j)R|^2$$

$$\rightarrow d^2=7.4125R^2$$

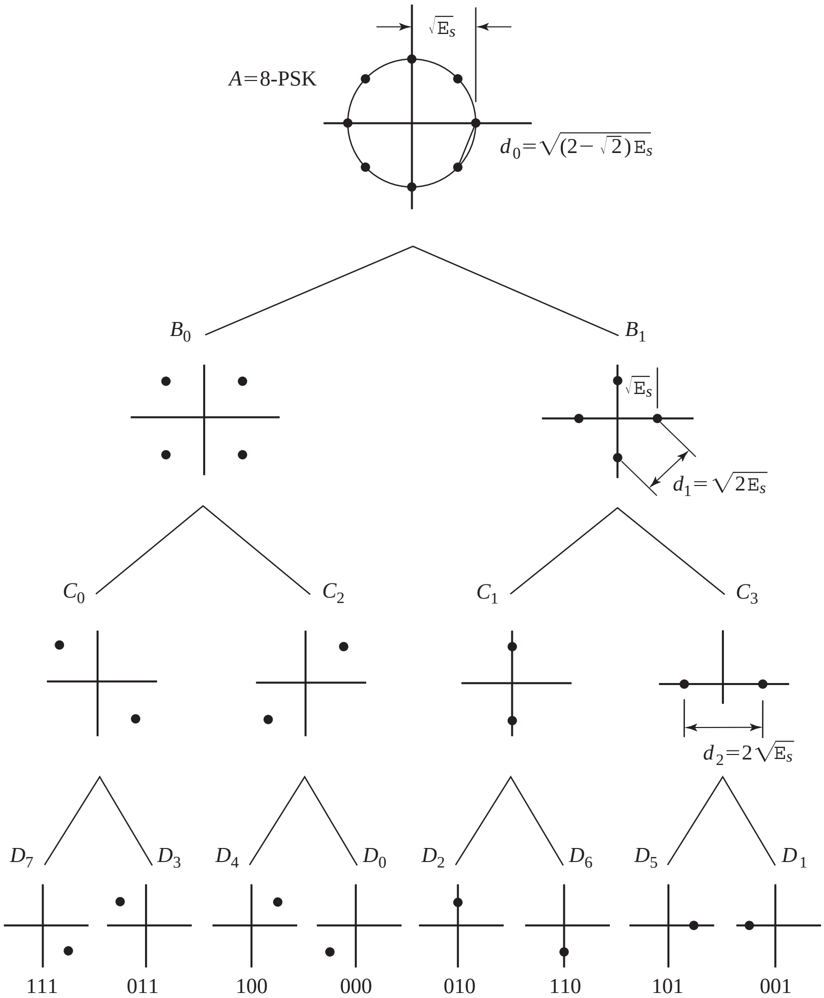
Για το εξεταζόμενο σύστημα ο δείκτης απόδοσης είναι

$$d_{min}^2/E_d=8 \rightarrow (d_{min}^2/E_d)_{TCM}/(d_{min}^2/E_d)_{uncoded}=2=3\text{dB}$$

οπότε το Σύστημα TCM σε σύγκριση με το ακωδικοποίητο QPSK χρησιμοποιεί το ίδιο εύρος ζώνης αλλά απαιτεί τη μισή ισχύ από αυτό.

Από την εργασία στο πιο πάνω trellis προκύπτει η παρατήρηση ότι σε ένα σύστημα TCM-Αστερισμός η ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση του συστήματος ισούται προς την ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση μέσα στον αστερισμό, στην οποία τοποθετούνται οι συζυγείς σειρές δεδομένων.. (Δηλαδή οι σειρές των κωδικών bits που διαφέρουν μόνο ως προς το ακωδικοποίητο bit). Αυτό κάνει εύκολο τον υπολογισμό του δείκτη απόδοσης.

ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΗΣΗ ΚΩΔΙΚΩΝ ΛΕΞΕΩΝ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΤΟΥ ΑΣΤΕΡΙΣΜΟΥ



Σχ. 5

Η αποτελεσματική αύξηση του δείκτη απόδοσης του συστήματος TCM χωρίς την αύξηση του εύρους ζώνης επιτεύχθηκε με την ιδιόμορφο τεχνική κωδικοποίησης (συγκεραστικός (2,1) κώδικας και ένα bit ακωδικοποίητο) καθώς και στον τρόπο αντιστοίχησης των τριάδων της $\{D_k\}$ στα σύμβολα του 8-PSK. Για να οριστεί η αντιστοίχιση γίνεται διαδοχικοί διαμερισμοί του αστερισμού σημάτων έως ότου καταλήξουμε σε αστερισμό ενός συμβόλου. Σε κάθε στάδιο του διαμερισμού λαμβάνεται πρόνοια η ελάχιστη απόσταση που προκύπτει στους νέους αστερισμούς να έχει μέγιστη δυνατή τιμή.

Στο Σχήμα 5 δίνεται ο διαμερισμός του αστερισμού ενός 8-PSK. Οι μονοδιάστατοι αστερισμοί στους οποίους καταλήγει διαμερισμός χαρακτηρίζονται από τον κοινό πρόγονό τους ο οποίος μπορεί να ανήκει στην αμέσως προηγούμενη διαμέριση, στην προπροηγούμενη κ.οκ. Από αυτήν την άποψη μπορούμε να διακρίνουμε τα σημεία ως ΄αδέλφια΄, ΄πρώτα ξαδέλφια΄, κλπ. Η αντιστοίχηση γίνεται ως εξής:

1. Οι τριάδες των κωδικών bits (c3 c2 c1) που αντιστοιχούν σε παράλληλες μεταβάσεις απεικονίζονται σε απλά σύμβολα του τελευταίου διαμερισμού (αδέλφια). (π.χ. (000) και (100) στα D_0,D_4) εξασφαλίζοντας έτσι μέγιστη απόσταση $d=d_2=2\sqrt{E_S}$.

2. Οι τριάδες των κωδικών bits (c_3 c_2 c_1) που αντιστοιχούν σε μεταβάσεις που εκκινούν ή καταλήγουν σε κοινή κατάσταση (π.χ (000) και (011)) απεικονίζονται σε σύμβολα του που έχουν κοινό πρόγονο δεύτερης γενιάς (ξαδέλφια). Για παράδειγμα (000) και (011) σε D0 και D3. με τον τρόπο αυτό η απόσταση μεταξύ αυτών γίνεται $d=d_1=\sqrt{2E_S}$ που είναι η αμέσως μικρότερη δυνατή απόσταση από τη μέγιστη $2\sqrt{E_S}$.

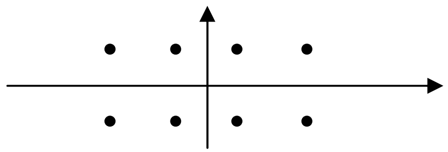
Γενικότερα ο Ungerboeck πρότεινε συνδυασμένη χρήση ενός κώδικα συνέλιξης και ενός κώδικα μπλοκ και τη χρήση ενός Μιαδικού συστήματος. Απέδειξε ότι χρησιμοποιώντας μπλοκ των k bits από τα οποία τα k-1 κωδικοποιούνται με ένα απλό κώδικα συνέλιξης σε n-1 bits, τα οποία με το 1 bit πληροφορίας που απομένει κωδικοποιούνται σε κατάλληλο Μιαδικό σύστημα, έχουμε τελικά ελάχιστη απόσταση μικρότερη κατά 3-5 dB από αυτήν της μη κωδικοποιημένης ακολουθίας. Δηλαδή ο τρόπος αυτός της κωδικοποίησης εξασφαλίζει τη δυνατότητα να έχουμε ελάττωση της ισχύος εκπομπής χωρίς αύξηση του εύρους ζώνης!

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

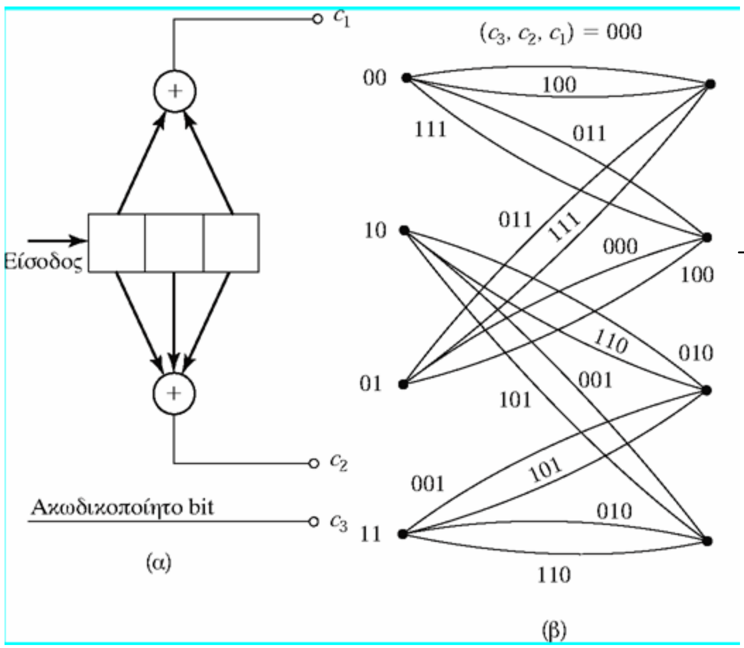
Από το βιβλίο Προάκη μελετήστε το παράδειγμα 9.7.1 και την $9.9

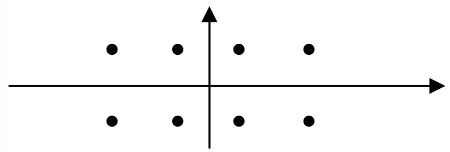
Παράδειγμα

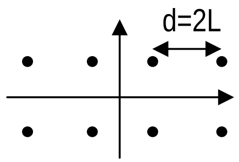
Επαναλάβατε την ανάλυση που έχει δοθεί στο σημείωμα του TCM.pdf χρησιμοποιώντας ένα 8-QAM με αστερισμό συμβόλων όπως αυτόν του σχήματος:



Υπόδειξη: Εκτελέστε την διαμέριση, όπως στο Σχ. 9.45 σε B-C-D ομάδες συμβόλων και αντιστοιχίστε τις τριάδες των κωδικών bits από το Trellis του πιο κάτω σχήματος. και υπολογίστε το κέρδος ενέργειας που προκύπτει από την εν λόγω κωδικοποίηση.

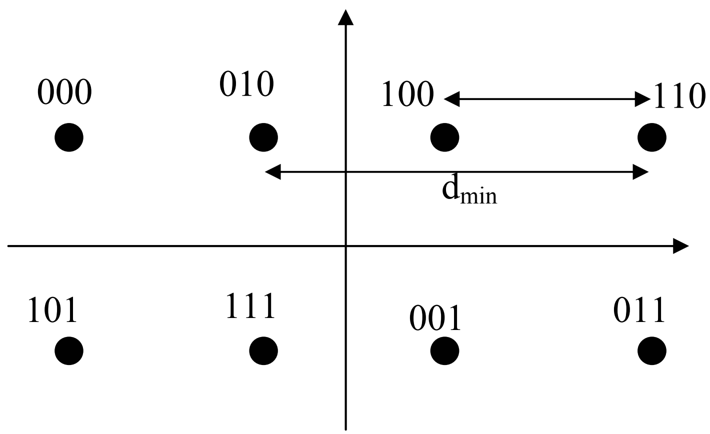






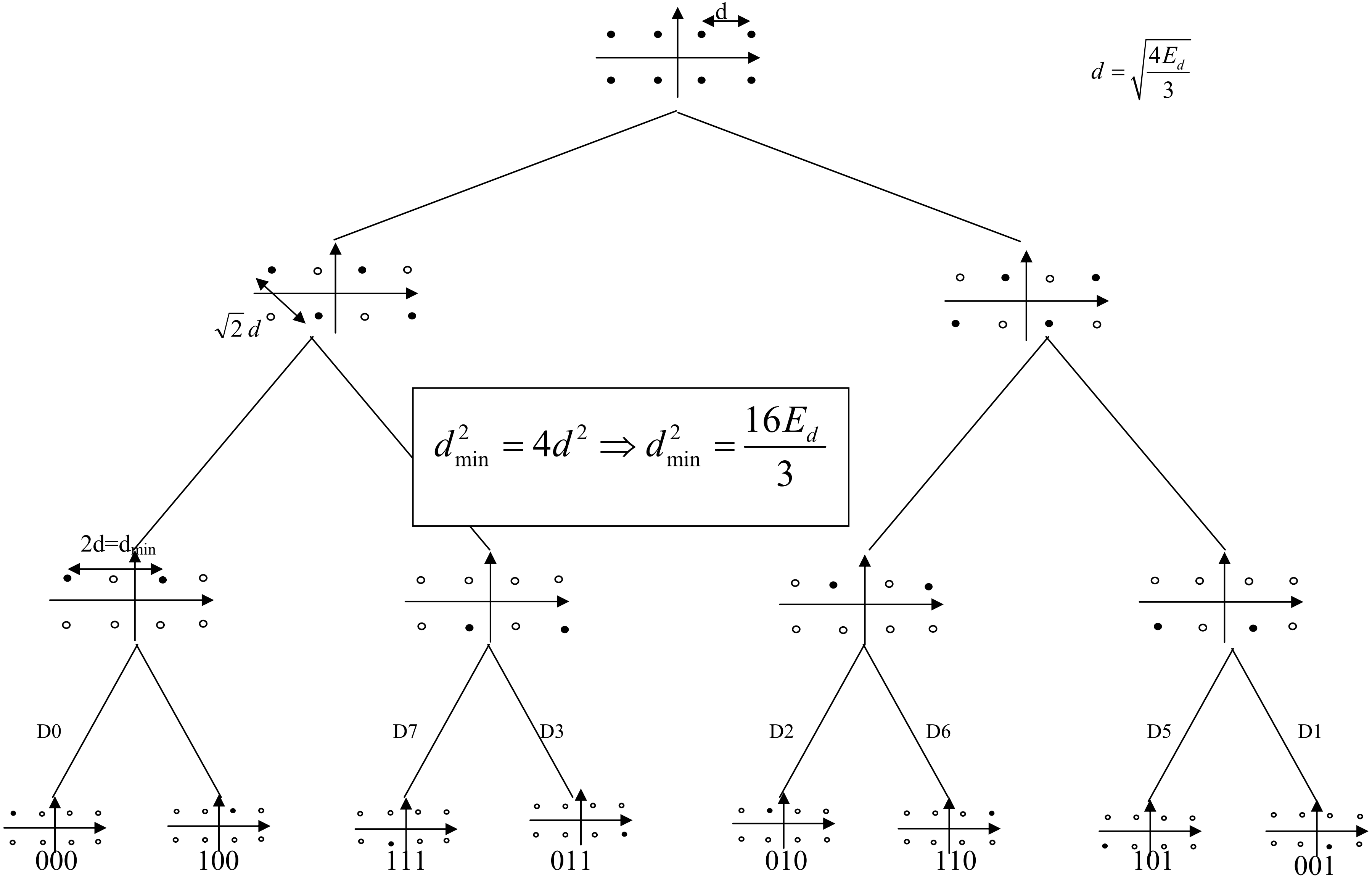
$E_s=(1/8)[4\cdot 2L^2+4\cdot 10L^2]=(1/8)\cdot 48\cdot L^2=6\cdot L^2 \rightarrow E_d=E_S/2=3L^2$

Η απεικόνιση των συμβόλων στον αστερισμό γίνεται σύμφωνα με το διάγραμμα διαμερισμού της επόμενης σελίδας.



Εργαζόμενοι όπως και με 8-PSK προσδιορίζουμε Ελάχιστη Απόσταση Συστήματος = $(d_{min})^2=4d^2 \rightarrow (d_{min})^2=16L^2 \rightarrow$
$\rightarrow (d_{min})^2/E_d=16L^2/(3L^2)=(16/3)$. Δηλαδή $((d_{min}{}^2)/E_d)_{coded}/((d_{min}{}^2)/E_d)_{uncode}=(16/3)/4=1.33=0.13$ dB

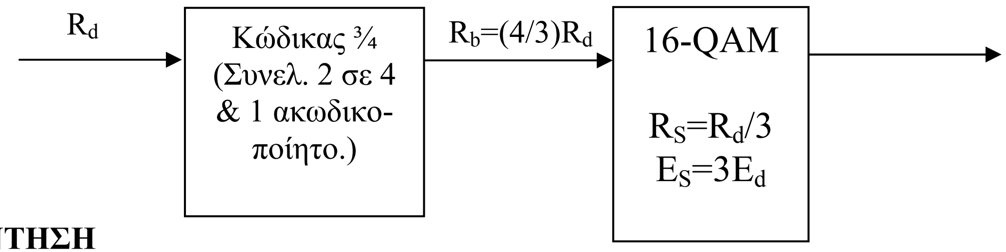
$$d = \sqrt{\frac{4E_d}{3}}$$



$$\boxed{d_{\min}^2 = 4d^2 \Rightarrow d_{\min}^2 = \frac{16E_d}{3}}$$

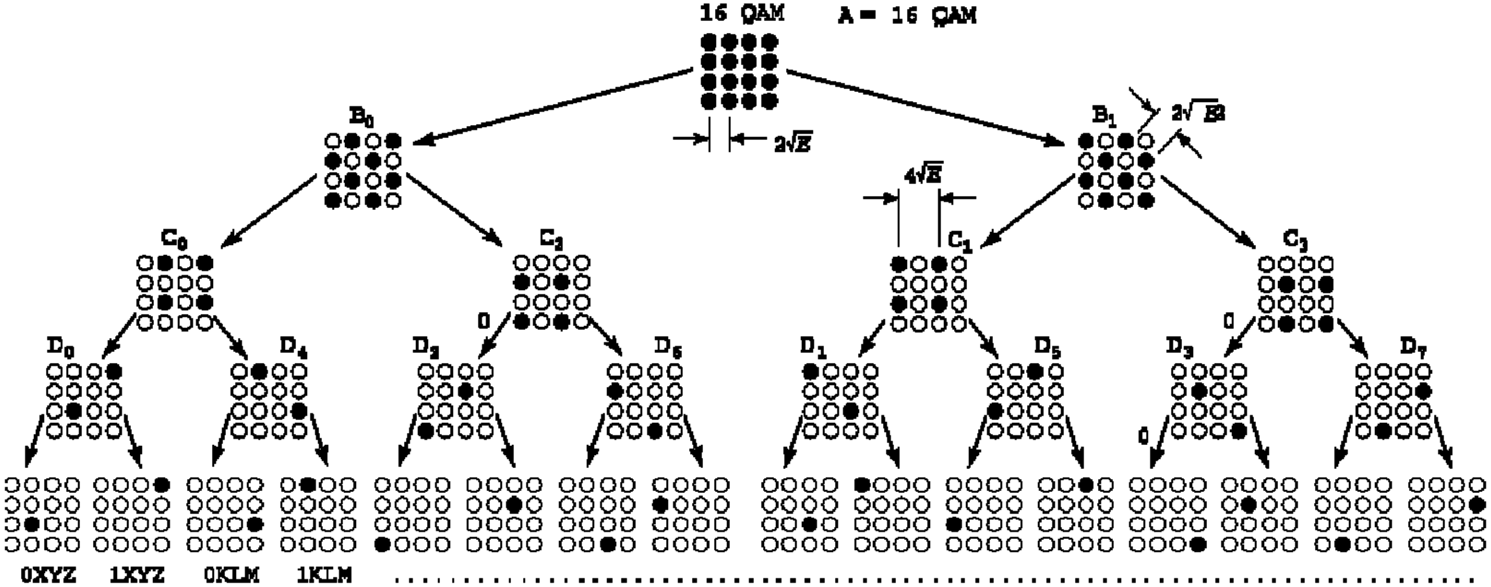
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 2

Να υπολογίσετε το πηλίκο $((d_{min}^2)/E_d)_{coded}/((d_{min}^2)/E_d)_{uncode}$ για ένα TCM-16QAM του οποίου το βασικό διάγραμμα λειτουργίας δίνεται στο α-κόλουθο σχήμα.



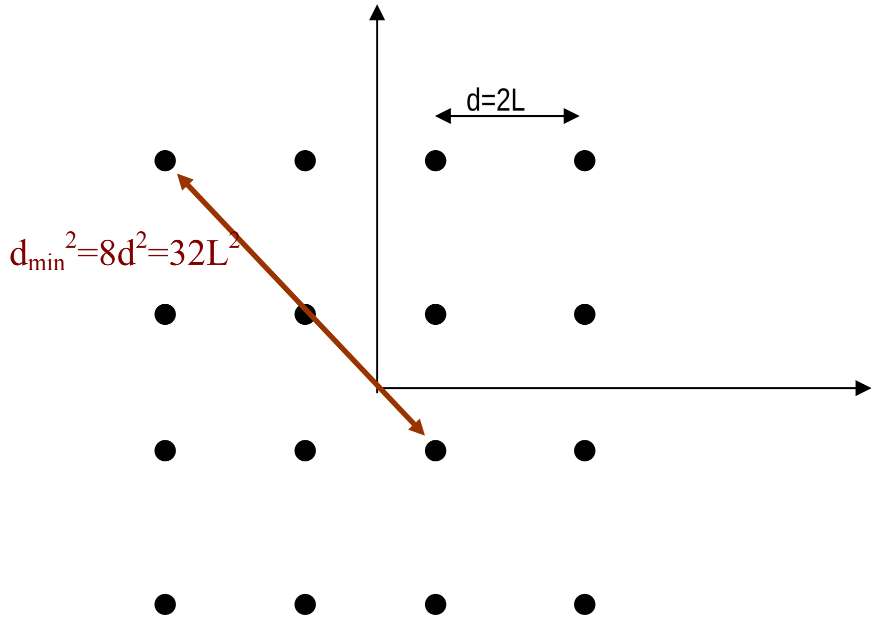
ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Καταρχήν γίνεται ο διαμερισμός του αστερισμού 16 –QAM, ώστε να υπολογίσουμε την καλύτερη ευκλείδεια απόσταση στην οποία είναι δυ-νατή η τοποθέτηση των συζυγών τετράδων δεδομένων

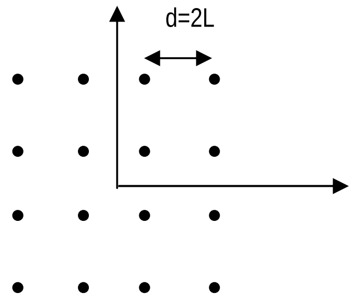


Σχήμα 9.46 Διαμερισμός συνόλου για έναν αστερισμό 16-QAM.

Από το διαμερισμό προκύπτει ότι η καλύτερη ευκλείδεια απόσταση είναι το μήκος της διαγωνίου ενός τετραγώνου με διάσταση 3Χ3 σύμβολα. Το μήκος αυτό είναι και η ελάχιστη ευκλείδεια απόσταση του συστήματος TCM-16QAM. Εύκολα προκύπτει $d_{min}^2=32L^2$



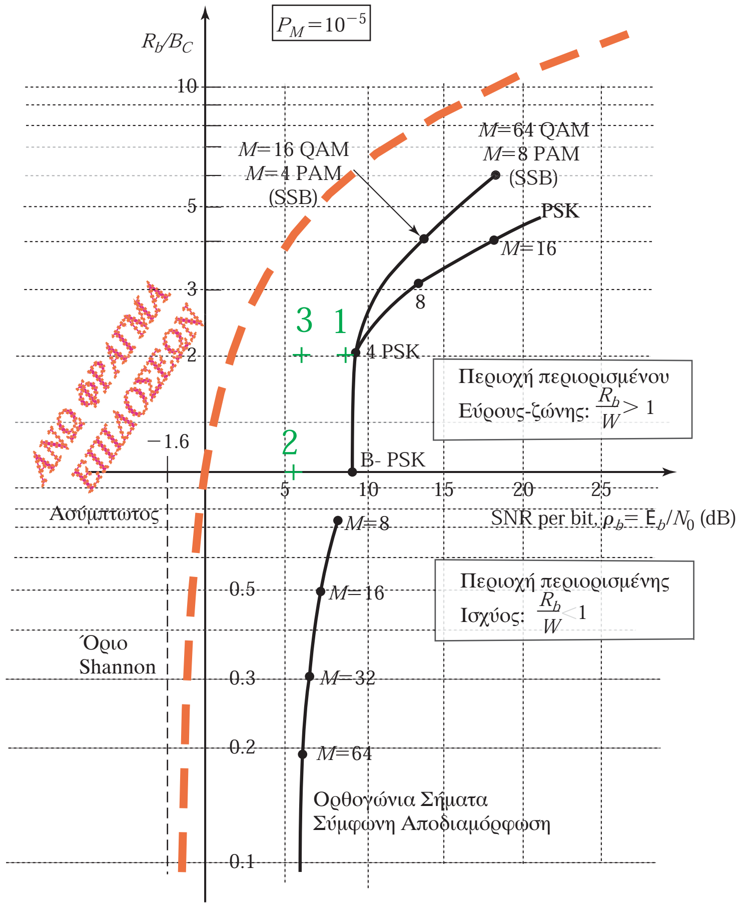
Για τον αστερισμό 16QAM υπολογίζουμε τη μέση ενέργεια ανά σύμβολο, E_S και την E_d



$E_s=(1/16)[4\cdot 2L^2 +4\cdot 18L^2+8\cdot 10\cdot L^2]=(1/16)\cdot 160\cdot L^2=10\cdot L^2 \Rightarrow$
$E_s=10\cdot L^2 \Rightarrow E_d=Es/3=10L^2/3$

Οπότε $(d_{min}^2/E_d)_{coded}= 32L^2/ (10L^2/3)=9.6 \Rightarrow (d_{min}^2/E_d)_{coded}/(d_{min}^2/E_d)_{uncoded}(9.6/4)=2.4=3.8$ dB κέρδος σε σχέση με το ακωδικοποίητο B-PSK ενώ χρησιμοποιείται το ίδιο εύρος ζώνης και ο ίδιος ρυθμός και στα δύο συστήματα.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ



Τοποθετήστε το σημείο λειτουργίας πάνω στο διάγραμμα του Παραδείγματος για τα τρία συστήματα που συναντήσαμε στο Ενότητα αυτή, δλδ το TCM-8PSK, TCM-16QAM και το TCM-8QAM.

Απάντηση

Στον Πίνακα που ακολουθεί συνοψίζουμε τις τιμές του λόγου $(d^2_{min}/E_d)_{coded}$ $/(d^2_{min}/E_d)_{uncoded}$ για τα τρία συστήματα, όπως αυτές προέκυψαν κατά την ανάλυση της Ενότητας. Στον ίδιο Πίνακα έχει συμπληρωθεί και η ένδειξη C/B_C (Χωρητικότητα/Ευρος-Ζώνης). Καθώς τα TCM-8PSK kai TCM8QAM αντικαθιστούν QPSK, για τα συστήματα αυτά ισχύει $C/B_C = 2$. Το TCM-16QAM αντικαθιστά BPSK οπότε $C/B_C = 1$.

Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι τόσο για το QPSK όσο και για το BPSK ισχύει $(E_d/N_0)_{dB} = 9$ dB.

Οπότε αφαιρώντας το κέρδος των TCM από τα 9 dB συμπληρώνεται η στήλη $(E_d/N_0)_{dB}$. Με βάση τις δύο τελευταίες στήλες του Πίνακα χαράσσουμε τα σημεία λειτουργίας των τριών συστηματών στο διάγραμμα. (Πράσινα +. 1:TCM 8QAM, 2:TCM-16QAM, 3: TCM-8PSK)

	$(d^2_{min}/E_d)_{coded}$ $/(d^2_{min}/E_d)_{uncoded}$	$(E_d/N_0)_{dB}$	C/B_C
TCM-8-:QAM	0.13 dB	8.87 dB	2
TCM-16QAM	3.8 dB	5.2 dB	1
TCM-8PSK	3 dB	6 dB	2